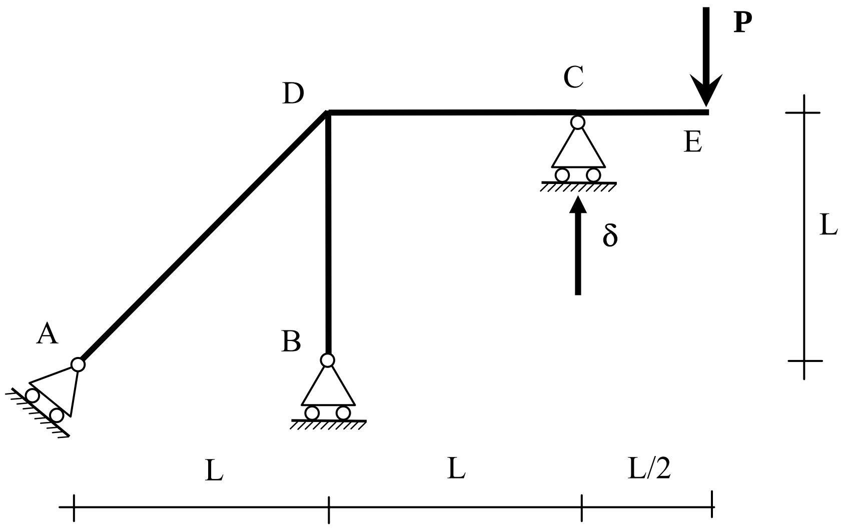
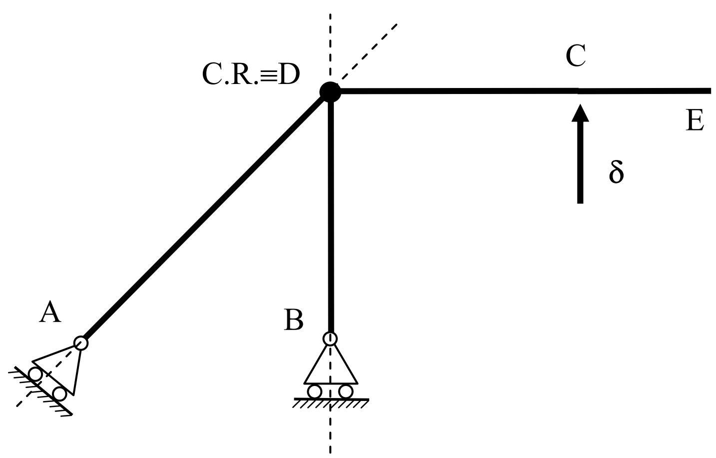
ESERCIZIO 1

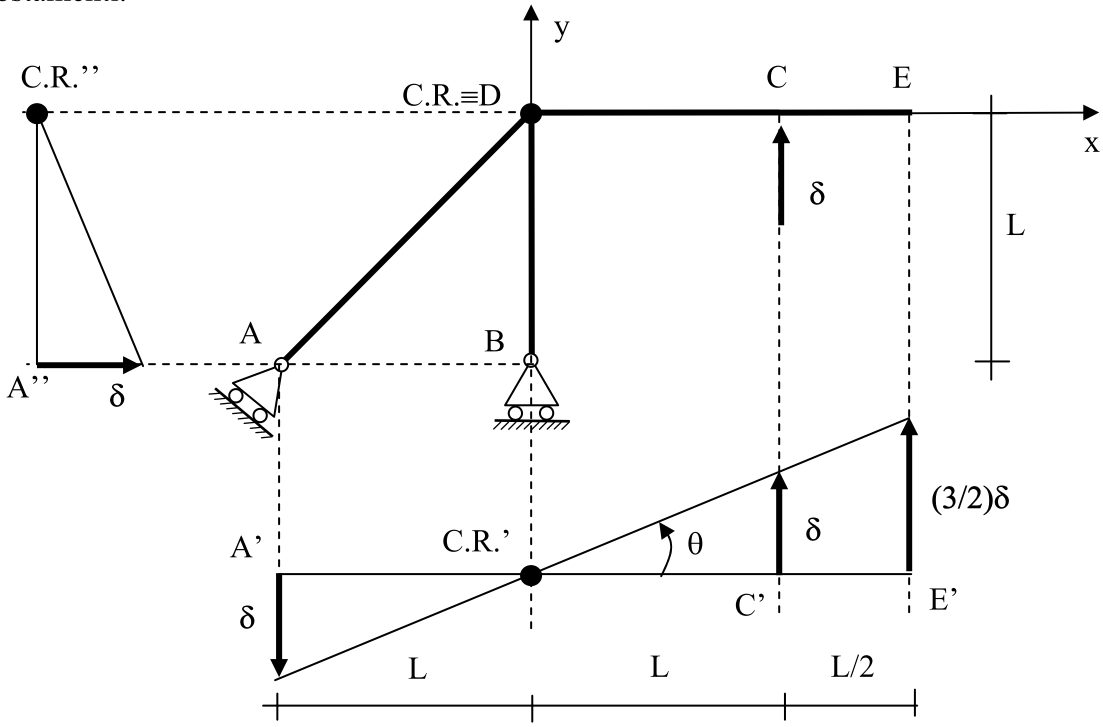
Il sistema di corpi rigidi in figura è soggetto ad uno spostamento impresso (cedimento) δ, in direzione verticale e verso il basso, in corrispondenza del vincolo in C. Si vuole determinare la nuova configurazione del sistema del sistema dovuta al cedimento δ. Assegnata la forza **P** in E, si vuole inoltre determinare il lavoro della forza. Il sistema è composto da tre travi concorrenti nel nodo D. Si ricorda che la trave, caratterizzata dall'avere una dimensione preponderante rispetto alle altre due (solido monodimensionale), può essere definita come un solido generato da una figura piana che si muove nello spazio conservandosi ortogonale alla curva descritta dal suo baricentro, denominata *linea d'asse*. In particolare le travi con curva d'asse contenuta in un piano sono dette travi piane.
Il sistema di travi in figura, costituito da un unico corpo (n_c=1, g.d.l.=3n_c=3), è vincolato al suolo mediante tre carrelli in A, B e C. Il numero di condizioni di vincolo semplice, n_v, è pari quindi ai gradi di libertà del sistema. Gli assi dei carrelli non concorrono in uno stesso punto, cioè i vincoli sono "ben disposti", per cui il sistema è cinematicamente determinato. Assegnato il cedimento il corpo diventa labile, con un grado di labilità pari ad uno.



Come noto, oltre che per via analitica, la configurazione variata rispetto a quella iniziale può essere determinata anche per via grafica, sfruttando alcune proprietà dei centri di rotazione di ciascun elemento. Si è già visto come un qualsiasi spostamento infinitesimo di un corpo rigido possa essere ricondotto ad una rotazione intorno ad un punto definito come centro assoluto di rotazione del corpo stesso. Individuiamo innanzitutto la posizione del centro di rotazione del nostro sistema di travi.



Prolungando la retta AD, che corrisponde all'asse del carrello in A, e la retta BD, che corrisponde all'asse del carrello in B, nella loro intersezione si individua il centro di rotazione del corpo che coincide con il punto D.
Una volta trovato il centro di rotazione del corpo si può determinare, assegnato il cedimento δ, la rotazione del corpo, gli spostamenti dei punti del sistema e quindi disegnare la configurazione variata. Inoltre conoscendo le componenti di spostamento di un generico punto e il centro assoluto si possono ricavare le componenti di spostamento di qualsiasi altro punto del sistema.
Proiettati il centro assoluto e i punti A, B, C, D, E sulle rette orizzontali e verticali parallele agli assi di riferimento x e y, si possono costruire i diagrammi delle componenti orizzontali e verticali degli spostamenti.



E' possibile quindi determinare l'angolo di rotazione θ (il verso, positivo perché antiorario, è indicato in figura):

$$\theta = \frac{\delta}{L}$$

Una volta noto l'angolo di rotazione, mediante semplici considerazioni sulla similitudine dei triangoli si possono determinare gli spostamenti di tutti i punti in funzione di θ. È ovviamente possibile calcolare le componenti dello spostamento di un generico punto P_i di coordinate (x_i, y_i) anche mediante le note espressioni:

$$s_{ix} = -\theta\, y_i$$
$$s_{iy} = \theta\, x_i$$

Dalle suddette espressioni si evince che i diagrammi delle componenti di spostamento orizzontali e verticali devono variare linearmente con l'ordinata y e che gli spostamenti orizzontali devono variare linearmente con l'ascissa x.
Considerando come polo di riferimento il centro di rotazione, si ha:

$$s_{Ax} = -\theta\, y_A = -\frac{\delta}{L}(-L) = \delta \qquad s_{Ay} = \theta\, x_A = \frac{\delta}{L}(-L) = -\delta$$

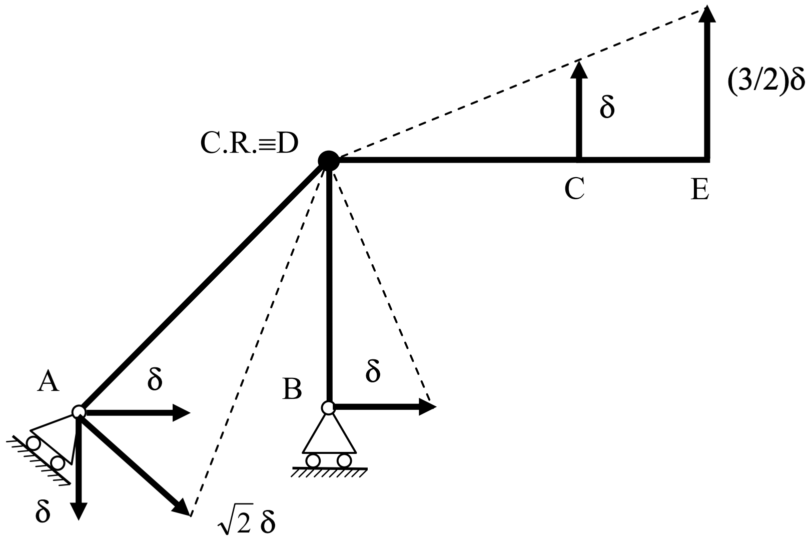
$$s_{Bx} = -\theta\, y_B = -\frac{\delta}{L}(-L) = \delta \qquad s_{By} = \theta\, x_B = \frac{\delta}{L}(0) = 0$$

$$s_{Cx} = -\theta\, y_C = -\frac{\delta}{L}(0) = 0 \qquad s_{Cy} = \theta\, x_C = \frac{\delta}{L}\, L = -\delta$$

$$s_{Ex} = -\theta\, y_E = -\frac{\delta}{L}(0) = 0 \qquad s_{Ey} = \theta\, x_E = \frac{\delta}{L}\,\frac{3}{2}L = \frac{3}{2}\,\delta$$

Le componenti di spostamento di D sono ovviamente nulle, essendo il centro assoluto di rotazione del corpo.

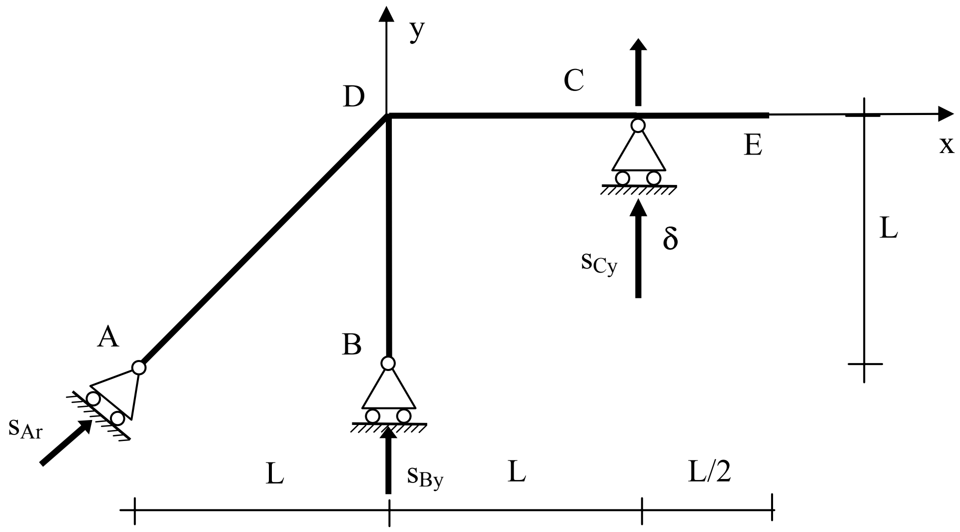
Si noti che gli spostamenti orizzontali dei punti A e B sono uguali in quanto hanno la stessa ordinata, analogamente tutti i punti con uguale ascissa subiscono lo stesso spostamento verticale. Si può a questo punto disegnare la configurazione variata che, nella figura seguente, è indicata dalla linea tratteggiata. L'angolo BDC, di 90° nella configurazione iniziale, deve rimanere retto nella configurazione variata in quanto la rotazione del corpo è rigida, così come l'angolo ADB deve rimanere di 45°.



Risolviamo ora l'esercizio analiticamente, ricordando l'espressione che permette di determinare la componente di spostamento di un generico punto secondo una data direzione:

$$s_{ir} = \begin{bmatrix}\alpha_r & \beta_r & (-\alpha_r y_i + \beta_r x_i)\end{bmatrix}\begin{Bmatrix} s_{Ox} \\ s_{Oy} \\ \vartheta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix}\alpha_r & \beta_r & d_{ir}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix} s_{Ox} \\ s_{Oy} \\ \vartheta \end{Bmatrix}$$

Consideriamo come polo di riferimento *D* (il consueto sistema di riferimento cartesiano sarà centrato nel polo). Si assumono come positive le rotazioni antiorarie. Assegniamo, in corrispondenza dei vincoli le componenti di spostamento s_{Ar}, s_{By}, s_{Cy} con i versi indicati in figura (tali versi sono stati presi concordi con gli assi di riferimento x e y). Tali spostamenti dei vincoli saranno tutti uguali a zero, ad eccezione di s_{Cy} che sarà invece pari a δ.



Per cui, lo spostamento s_{Ar} sarà dato da (α e β sono i coseni dell'angolo formato dalla direzione di spostamento di B con gli assi *x* e *y* rispettivamente del sistema di riferimento *Dxy* centrato nel polo D):

$$s_{Ar} = \begin{bmatrix} \alpha_r & \beta_r & \left(-\alpha_r y_A + \beta_r x_A\right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} s_{Dx} \\ s_{Dy} \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} s_{Dx} \\ s_{Dy} \\ \theta \end{Bmatrix} = 0$$

Procedendo allo stesso modo per le altre due componenti di spostamento, si può quindi costruire il sistema di equazioni **As** = **q**:

$$\begin{array}{l} s_{Ar} \nearrow \\ s_{By} \uparrow \\ s_{Cy} \uparrow \end{array} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} s_{Dx} \\ s_{Dy} \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \delta \end{Bmatrix}$$

Risolvendo il sistema di equazioni ($\mathbf{s}=\mathbf{A}^{-1}\mathbf{q}$), si ricavano le componenti dello spostamento generalizzato:

$$s_{Dx} = 0 \qquad s_{Dy} = 0 \qquad \theta = \frac{\delta}{L}$$

Una volta noto lo spostamento generalizzato si può procedere al calcolo degli spostamenti degli altri punti del corpo. Ad esempio, le componenti di spostamento dei punti A, B ed E sono:

$$s_{Ax} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\delta}{L} \end{Bmatrix} = \delta \qquad s_{Ay} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\delta}{L} \end{Bmatrix} = -\delta$$

$$s_{Bx} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\delta}{L} \end{Bmatrix} = \delta \qquad s_{By} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\delta}{L} \end{Bmatrix} = 0$$

$$s_{Ex} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\delta}{L} \end{Bmatrix} = 0 \qquad s_{Ey} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \frac{3}{2}L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\delta}{L} \end{Bmatrix} = \frac{3}{2}\delta$$

che coincidono con quanto trovato con il procedimento grafico.

Il centro di rotazione sarà dato da:

$$y_{CR} = \frac{s_{Dx}}{\theta} \qquad x_{CR} = -\frac{s_{Dy}}{\theta}$$

e quindi avrà le seguenti coordinate:

$$y_{CR} = \frac{0}{\theta} = 0 \qquad x_{CR} = -\frac{0}{\theta} = 0$$

Per cui coinciderà con il polo di riferimento D.

Calcoliamo ora il lavoro compiuto dalla forza P.

$$L = \mathbf{P} \times \mathbf{s_E} = P\frac{3}{2}\delta$$

Scegliamo ora come un nuovo polo di riferimento il punto B.

$$\begin{array}{c} s_{Ar} \nearrow \\ s_{By} \uparrow \\ s_{Cy} \uparrow \end{array} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2}L \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} s_{Bx} \\ s_{By} \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \delta \end{Bmatrix}$$

Risolvendo il sistema di equazioni (**s**=**A**$^{-1}$**q**), si ricavano le componenti dello spostamento generalizzato:

$$s_{Bx} = \delta \qquad s_{By} = 0 \qquad \theta = \frac{\delta}{L}$$

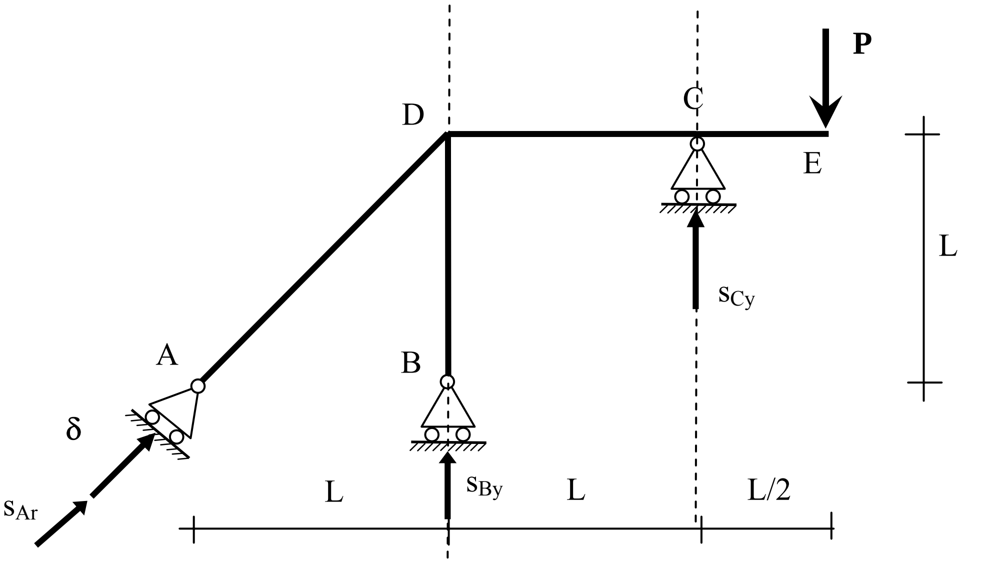
Come si può notare la rotazione è rimasta invariata.

Il centro di rotazione avrà le seguenti coordinate:

$$y_{CR} = \frac{s_{Bx}}{\theta} = \frac{\delta}{\delta/L} = L \qquad x_{CR} = -\frac{s_{By}}{\theta} = 0$$

Per cui coinciderà con il punto D.

Consideriamo ora il caso il cedimento sia imposto nel carrello A nella direzione dello spostamento impedito dal vincolo.



Il centro di rotazione si troverà all'intersezione degli assi dei due carrelli in B e in C. Poiché i due assi sono paralleli, il centro di rotazione si troverà all'infinito. Il corpo trasla in direzione orizzontale di $\sqrt{2}\,\delta$.
Risolviamo ora l'esercizio analiticamente, come visto in precedenza. Consideriamo come polo di riferimento sempre il punto *D*. Si assumono come positive le rotazioni antiorarie. Assegniamo, in corrispondenza dei vincoli le componenti di spostamento s_{Ar}, s_{By}, s_{Cy} con i versi indicati in figura (tali versi sono stati presi concordi con gli assi di riferimento x e y). Tali spostamenti dei vincoli saranno tutti uguali a zero, ad eccezione di s_{Ar} che sarà invece pari a δ.

$$\begin{array}{c} s_{Ar} \nearrow \\ s_{By} \uparrow \\ s_{Cy} \uparrow \end{array} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} s_{Dx} \\ s_{Dy} \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \delta \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Risolvendo il sistema di equazioni (**s**=**A**$^{-1}$**q**), si ricavano le componenti dello spostamento generalizzato $\mathbf{s}_D$:

$$s_{Dx} = \sqrt{2}\delta \qquad s_{Dy} = 0 \qquad \theta = 0$$

Una volta noto lo spostamento generalizzato si può procedere al calcolo degli spostamenti degli altri punti del corpo. Ad esempio, le componenti di spostamento dei punti A, B ed E sono:

$$s_{Ax} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sqrt{2}\delta \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \sqrt{2}\delta \qquad s_{Ay} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sqrt{2}\delta \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = 0$$

$$s_{Bx} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sqrt{2}\delta \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \sqrt{2}\delta \qquad s_{By} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sqrt{2}\delta \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = 0$$

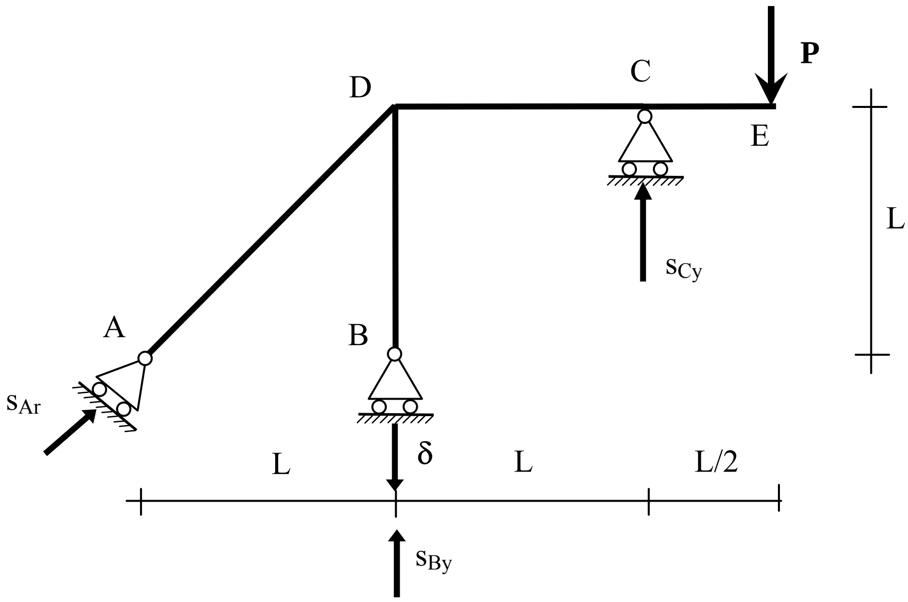
$$s_{Ex} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sqrt{2}\delta \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \sqrt{2}\delta \qquad s_{Ey} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \frac{3}{2}L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sqrt{2}\delta \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = 0$$

Il centro di rotazione avrà le seguenti coordinate:

$$y_{CR} = \frac{s_{Dx}}{\theta} = \frac{s_{Dx}}{0} = \infty \qquad x_{CR} = -\frac{s_{Dy}}{\theta} = -\frac{s_{Dy}}{0} = \infty$$

Il lavoro compiuto dalla forza **P** sarà pari a zero, essendo lo spostamento del punto di applicazione E in direzione verticale.

Consideriamo ora il caso il cedimento sia imposto nel carrello B nella direzione dello spostamento impedito dal vincolo.



Risolviamo prima l'esercizio analiticamente. Considerando come polo di riferimento sempre il punto *D*. Si assumono come positive le rotazioni antiorarie. Assegniamo, in corrispondenza dei vincoli le componenti di spostamento s_{Ar}, s_{By}, s_{Cy} con i versi indicati in figura (tali versi sono stati presi concordi con gli assi di riferimento x e y). Tali spostamenti dei vincoli saranno tutti uguali a zero, ad eccezione di s_{By} che sarà invece pari a -δ.

$$\begin{array}{ll} s_{Ar} & \nearrow \\ s_{By} & \uparrow \\ s_{Cy} & \uparrow \end{array} \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} s_{Dx} \\ s_{Dy} \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -\delta \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Risolvendo il sistema di equazioni (**s**=**A**$^{-1}$**q**), si ricavano le componenti dello spostamento generalizzato $\mathbf{s}_D$:

$$s_{Dx} = \delta \qquad s_{Dy} = -\delta \qquad \theta = \frac{\delta}{L}$$

Una volta noto lo spostamento generalizzato si può procedere al calcolo degli spostamenti degli altri punti del corpo. Ad esempio, le componenti di spostamento dei punti A, B, D ed E sono:

$$s_{Ax} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \\ -\delta \\ \frac{\delta}{L} \end{Bmatrix} = 2\delta \qquad s_{Ay} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \\ -\delta \\ \frac{\delta}{L} \end{Bmatrix} = -2\delta$$

$$s_{Bx} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \\ -\delta \\ \frac{\delta}{L} \end{Bmatrix} = 2\delta \qquad s_{By} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \\ -\delta \\ \frac{\delta}{L} \end{Bmatrix} = 0$$

$$s_{Dx} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \\ -\delta \\ \frac{\delta}{L} \end{Bmatrix} = \delta \qquad s_{Dy} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \\ -\delta \\ \frac{\delta}{L} \end{Bmatrix} = -\delta$$

$$s_{Ex} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \\ -\delta \\ \frac{\delta}{L} \end{Bmatrix} = \delta \qquad s_{Ey} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \frac{3}{2}L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \\ -\delta \\ \frac{\delta}{L} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2}\delta$$

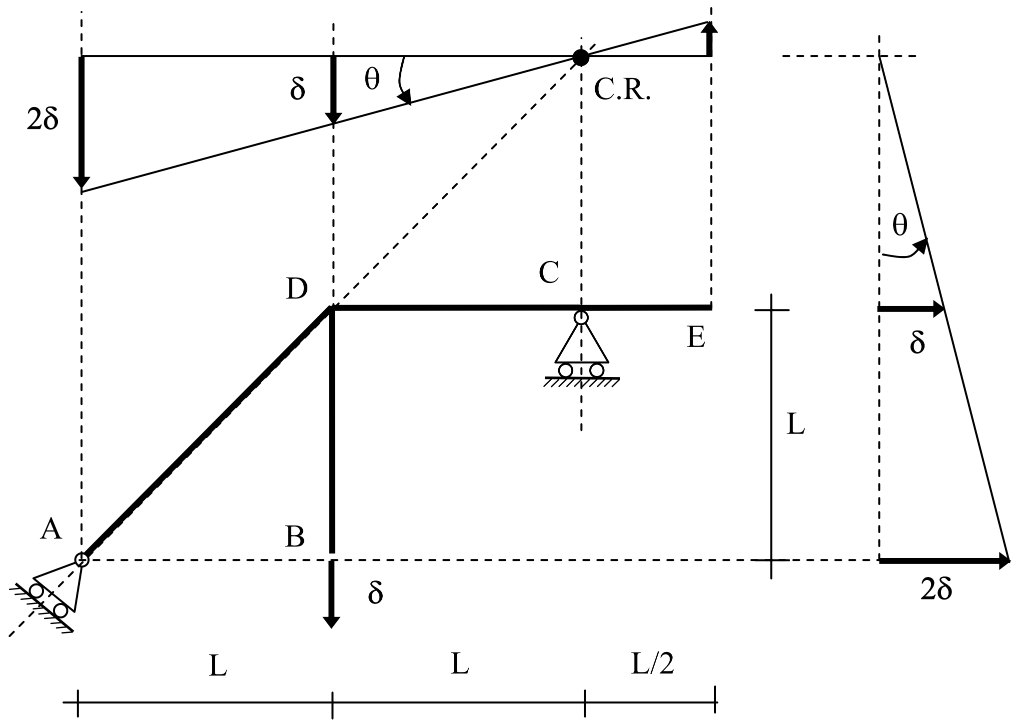
Il centro di rotazione avrà le seguenti coordinate:

$$y_{CR} = \frac{s_{Dx}}{\theta} = \frac{\delta}{\delta/L} = L \qquad x_{CR} = -\frac{s_{Dy}}{\theta} = -\frac{(-\delta)}{\delta/L} = L$$

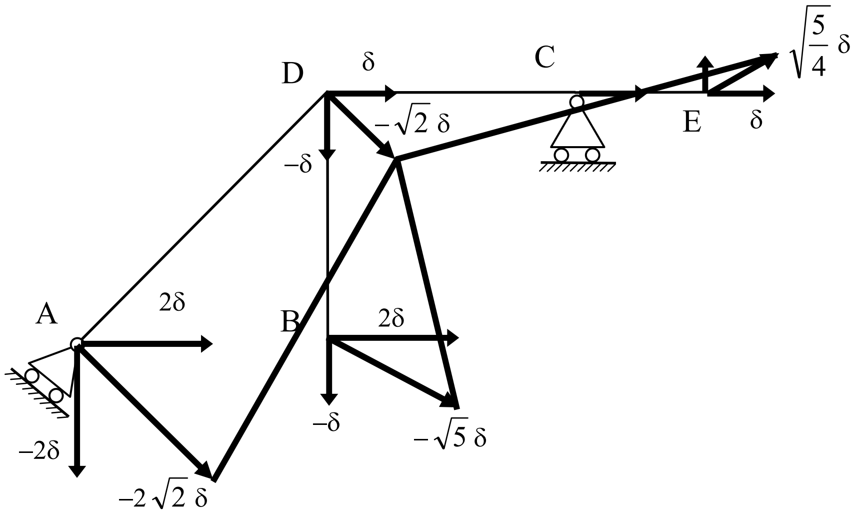
Risolviamo ora l'esercizio per via grafica. Individuiamo innanzitutto la posizione del centro di rotazione del nostro sistema di travi.
Prolungando la retta AD, che corrisponde all'asse del carrello in A, e la retta verticale passante per C, che corrisponde all'asse del carrello in C, nella loro intersezione si individua il centro di rotazione del corpo.
Una volta trovato il centro di rotazione del corpo si può determinare, assegnato il cedimento -δ, la rotazione del corpo, gli spostamenti dei punti del sistema e quindi disegnare la configurazione variata. Inoltre conoscendo le componenti di spostamento di un generico punto e il centro assoluto si possono ricavare le componenti di spostamento di qualsiasi altro punto del sistema.
Proiettati il centro assoluto e i punti A, B, C, D, E sulle rette orizzontali e verticali parallele agli assi di riferimento x e y, si possono costruire i diagrammi delle componenti orizzontali e verticali degli spostamenti.
E' possibile quindi determinare l'angolo di rotazione θ:

$$\theta = \frac{\delta}{L}$$

Una volta noto l'angolo di rotazione, mediante semplici considerazioni sulla similitudine dei triangoli si possono determinare gli spostamenti di tutti i punti in funzione di θ.



La configurazione variata è indicata in figura.



ESERCIZIO 2

Con riferimento alla Fig. 1, assegnato lo spostamento δ:

a) determinare la posizione dei centri istantanei di rotazione;
b) determinare i diagrammi delle componenti orizzontali e verticali degli spostamenti;
c) calcolare la rotazione di ciascun corpo;
d) determinare gli spostamenti dei punti A, B, C, D, E, F
e) disegnare la nuova configurazione del sistema.

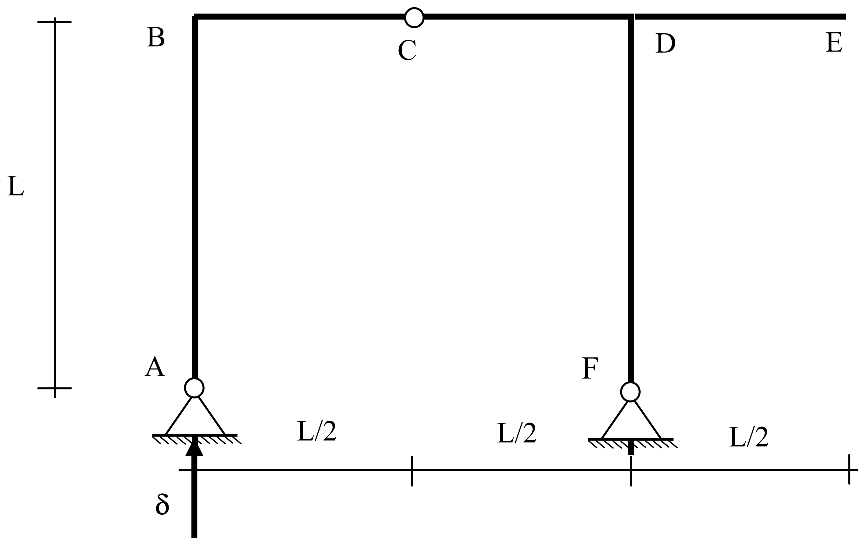


Fig. 1

Il sistema (un arco a tre cerniere) è costituito da due corpi. Ha quindi sei gradi di libertà. I corpi sono vincolati da due cerniere esterne e una cerniera interna che forniscono complessivamente sei condizioni di vincolo semplice, quattro sugli spostamenti assoluti e due sugli spostamenti relativi. Inoltre le due cerniere esterne e la cerniera interna non sono allineate, per cui i vincoli sono ben disposti. Il sistema è cinematicamente determinato. Determiniamo ora la posizione dei centri di rotazione.

A causa del cedimento δ il punto A, appartenente al corpo ABC (corpo 1), potrà spostarsi in direzione verticale. Il suo centro di rotazione, C_1, si troverà quindi in direzione perpendicolare a tale direzione. Il centro di rotazione, C_2, del corpo CDEF (corpo 2) è la cerniera fissa F. Il centro di rotazione relativa, C_{12}, tra i due corpi coincide con il punto C. Come noto i centri assoluti di rotazione e il centro relativo dovranno essere allineati, per cui C_1 si troverà all'intersezione della retta orizzontale passante per A e della retta passante per C_2 e C_{12}. Coinciderà quindi anch'esso con il punto F.

Si avrà quindi:

$$\theta_1 = \theta_2 = \frac{\delta}{L}$$

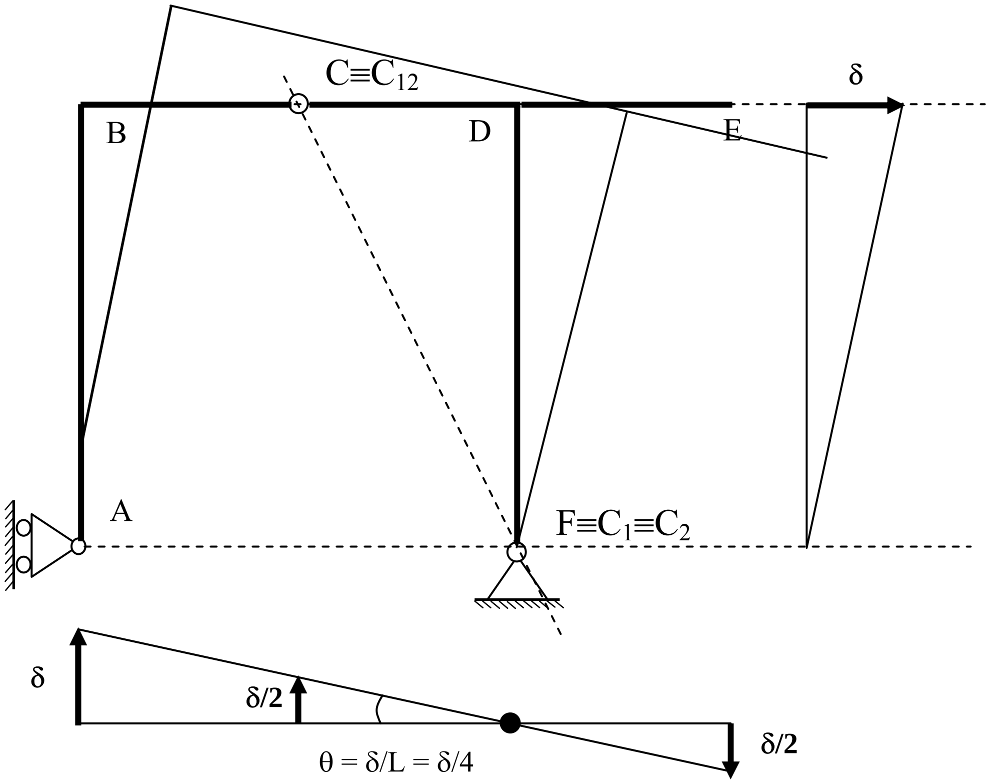
$s_{Ax}=0$ $\qquad s_{Ay}=\delta$

$s_{Bx}=\delta$ $\qquad s_{By}=\delta$

$s_{Cx}=\delta$ $\qquad s_{Cy}=\delta/2$

$s_{Dx}=\delta$ $\qquad s_{Dy}=0$

$s_{Ex}=\delta$ $\qquad s_{Ey}=\delta/2$



ESERCIZIO 3

Per la struttura rappresentata in Fig. 1, assegnato il cedimento vincolare δ, si richiede di:

- calcolare gli spostamenti;
- calcolare il lavoro compiuto dalla forza **P**.

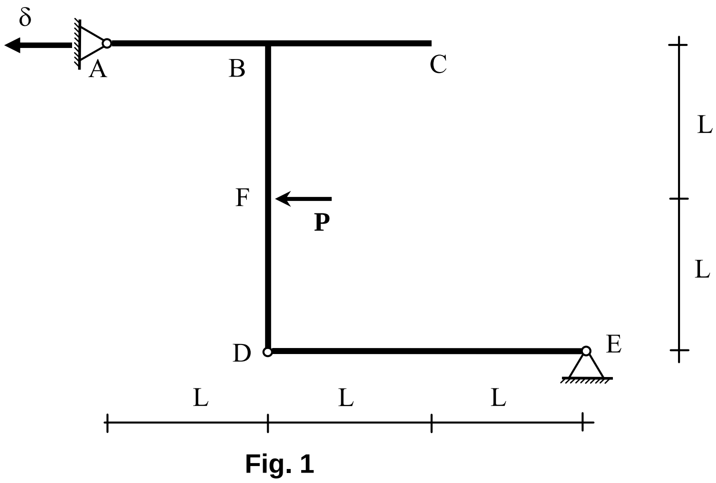


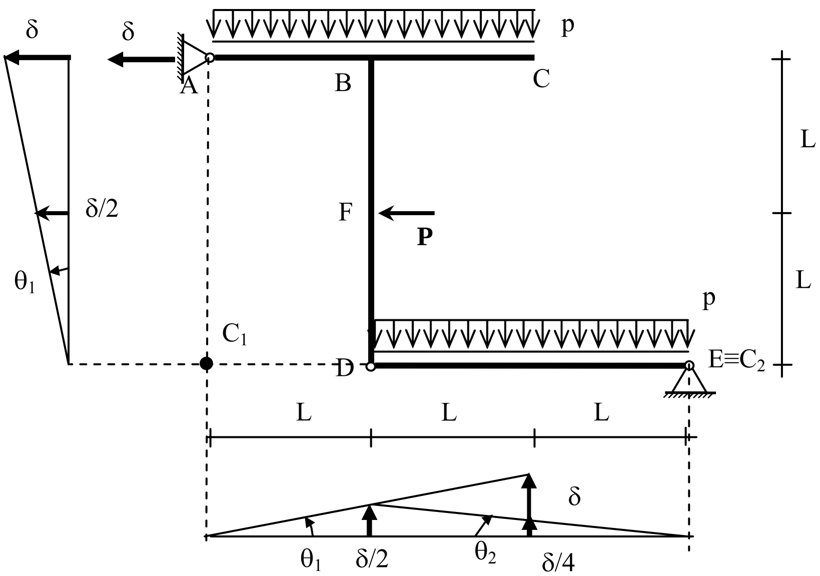
Fig. 1

Soluzione:

Il sistema (un arco a tre cerniere) è costituito da due corpi. Ha quindi sei gradi di libertà. I corpi sono vincolati da due cerniere esterne e una cerniera interna che forniscono complessivamente sei condizioni di vincolo semplice, quattro sugli spostamenti assoluti e due sugli spostamenti relativi. Inoltre le due cerniere esterne e la cerniera interna non sono allineate, per cui i vincoli sono ben

disposti. Il sistema è cinematicamente determinato. Determiniamo ora la posizione dei centri di rotazione.
A causa del cedimento δ il punto A, appartenente al corpo ABCD (corpo 1), potrà spostarsi in direzione orizzontale. Il suo centro di rotazione, C_1, si troverà quindi in direzione perpendicolare a tale direzione. Il centro di rotazione, C_2, del corpo DE (corpo 2) è la cerniera fissa E. Il centro di rotazione relativa, C_{12}, tra i due corpi coincide con il punto D. Come noto i centri assoluti di rotazione e il centro relativo dovranno essere allineati, per cui C_1 si troverà all'intersezione della retta verticale passante per A e della retta passante per C_2 e C_{12}.
Si avrà quindi:

$s_{Ax}= \delta$, $s_{Ay}=0$ $s_{Bx}= \delta$, $s_{By}= \delta/2$ $s_{Cx}= \delta$, $s_{Cy}= \delta$ $s_{Fx}= \delta/2$, $s_{Fy}= \delta/2$
$s_{Dx}=0$, $s_{Dy}= \delta/2$ $s_{Ex}=0$, $s_{Ey}=0$
$\theta_1=\delta/2L= \delta/4$ $\theta_2=\delta/4L= \delta/8$
$L = P\, s_{Fx} = 80\ \delta/2 = 40\ \delta$



ESERCIZIO 4

Con riferimento alla Fig. 1, assegnato lo spostamento δ:
determinare la posizione dei centri istantanei di rotazione, i diagrammi delle componenti orizzontali e verticali degli spostamenti, la rotazione di ciascun corpo, gli spostamenti dei punti A, B, C, D, E, F, e disegnare la nuova configurazione del sistema.

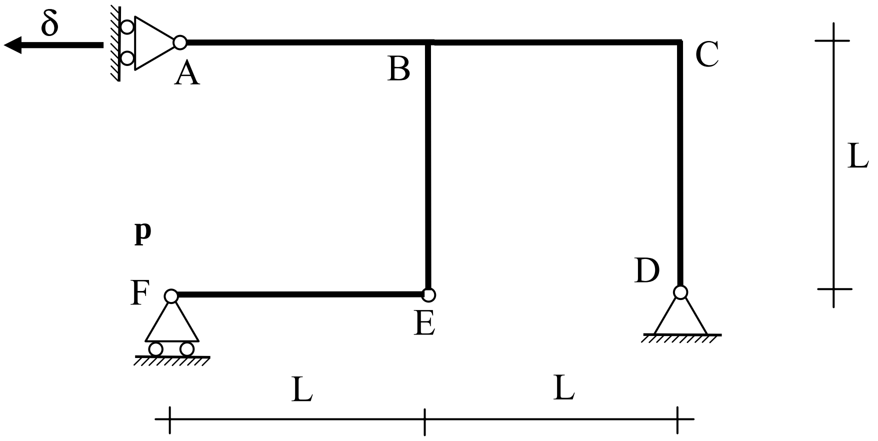
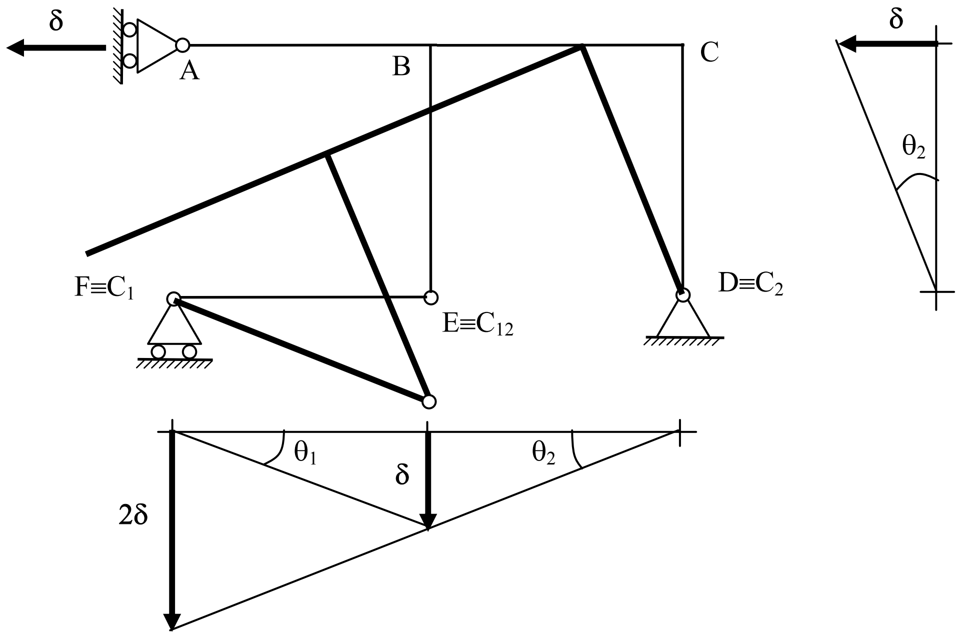


Fig. 1

Soluzione:
Il sistema è costituito da due corpi. Ha quindi sei gradi di libertà. I corpi sono vincolati da due carrelli, una cerniera esterna e una cerniera interna che forniscono complessivamente sei condizioni di vincolo semplice, quattro sugli spostamenti assoluti e due sugli spostamenti relativi. Inoltre la cerniera esterna, la cerniera equivalente che si trova all'intersezione degli assi dei due carreli e la cerniera interna non sono allineate, per cui i vincoli sono ben disposti. Il sistema è cinematicamente determinato. Determiniamo ora la posizione dei centri di rotazione.
A causa del cedimento δ il punto A, appartenente al corpo ABCDE (corpo 2), potrà spostarsi in direzione orizzontale. Il punto A non ci può fornire nessuna informazione sulla posizione del centro di rotazione in quanto ha causa del cedimento è diventato un estremo libero. Il centro di rotazione, C_2, si troverà quindi sulla cerniera fissa in D. Il centro di rotazione relativa, C_{12}, tra i due corpi coincide con il punto E. Il centro di rotazione, C_1, del corpo FE (corpo 1) si troverà all'intersezione della retta verticale passante per F (asse del carrello) e della retta passante per C_2 e C_{12}.



$\theta_2=\dfrac{\delta}{L}$ $\qquad\qquad$ $\theta_1=-\dfrac{\delta}{L}$

Valori assoluti spostamenti

$s_{Ax}=\delta$	$s_{Ay}=2\delta$	$s_A=\sqrt{5}\,\delta$
$s_{Bx}=\delta$	$s_{By}=\delta$	$s_B=\sqrt{2}\,\delta$
$s_{Cx}=\delta$	$s_{Cy}=0$	$s_C=\delta$
$s_{Ex}=0$	$s_{Ey}=\delta$	$s_E=\delta$

ESERCIZIO 5

Con riferimento alla Fig. 1, assegnato lo spostamento δ:
determinare la posizione dei centri istantanei di rotazione, i diagrammi delle componenti orizzontali e verticali degli spostamenti, la rotazione di ciascun corpo, gli spostamenti dei punti A, B, C, D, E, F, G e disegnare la nuova configurazione del sistema.

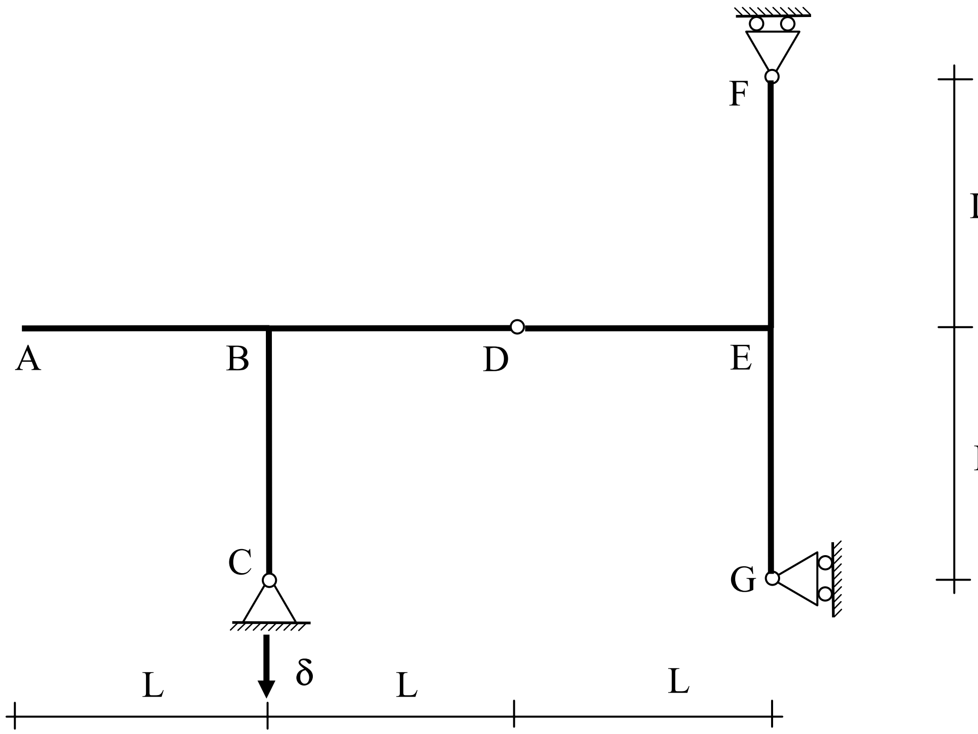
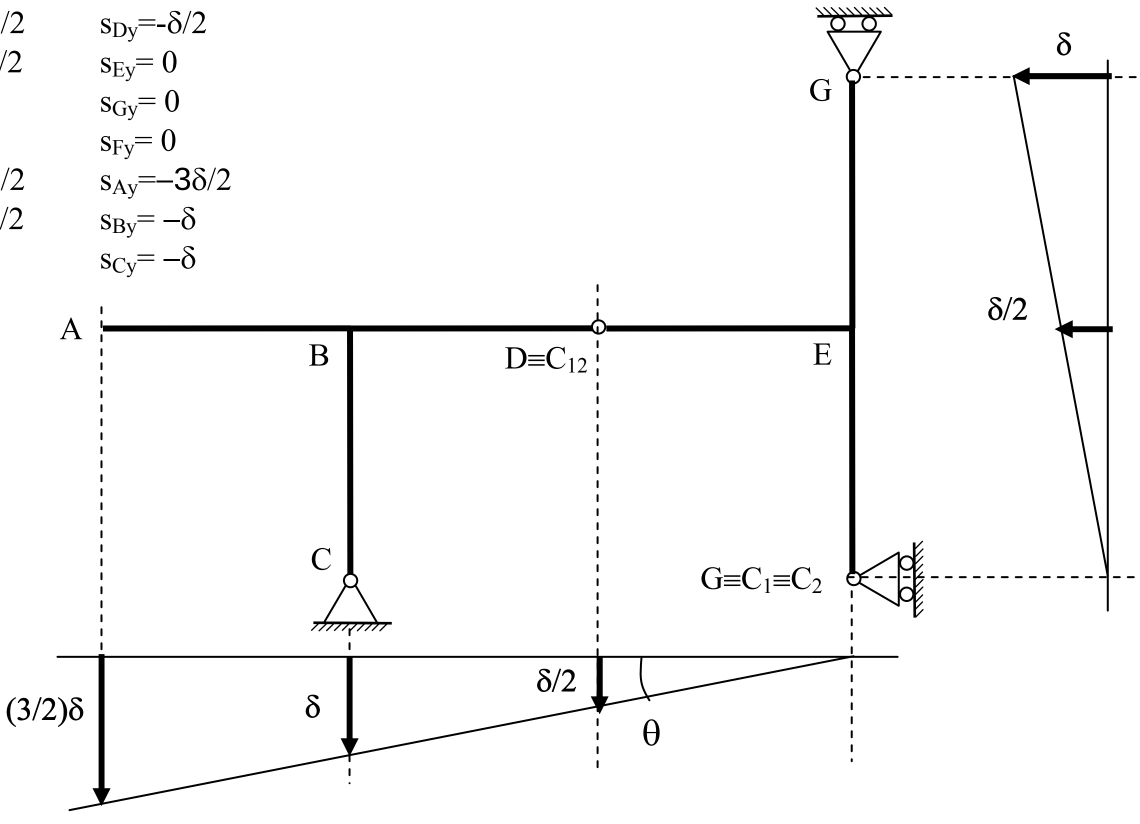


Fig. 1

Soluzione:

$$\theta = \frac{\delta}{2L}$$

$s_{Dx}=-\delta/2$ $s_{Dy}=-\delta/2$
$s_{Ex}=-\delta/2$ $s_{Ey}=0$
$s_{Gx}=0$ $s_{Gy}=0$
$s_{Fx}=-\delta$ $s_{Fy}=0$
$s_{Ax}=-\delta/2$ $s_{Ay}=-3\delta/2$
$s_{Bx}=-\delta/2$ $s_{By}=-\delta$
$s_{Cx}=0$ $s_{Cy}=-\delta$



ESERCIZIO 6

Con riferimento alla Fig. 1, assegnato lo spostamento δ:
determinare la posizione dei centri istantanei di rotazione, i diagrammi delle componenti orizzontali e verticali degli spostamenti, la rotazione di ciascun corpo, gli spostamenti dei punti A, B, C, D, E, F e disegnare la nuova configurazione del sistema.

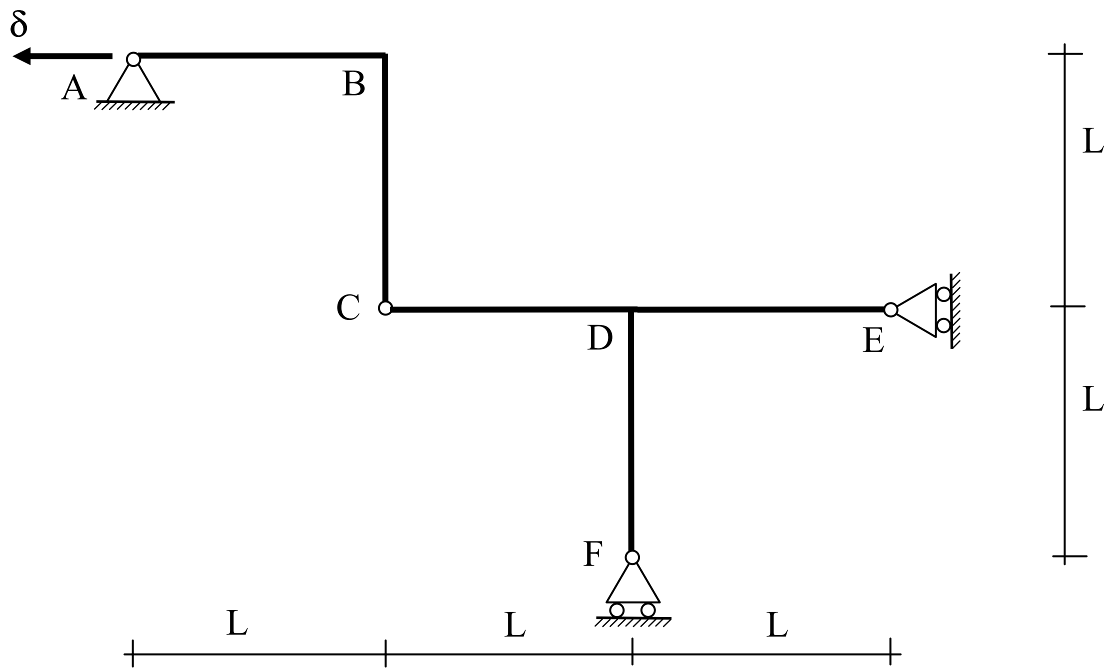
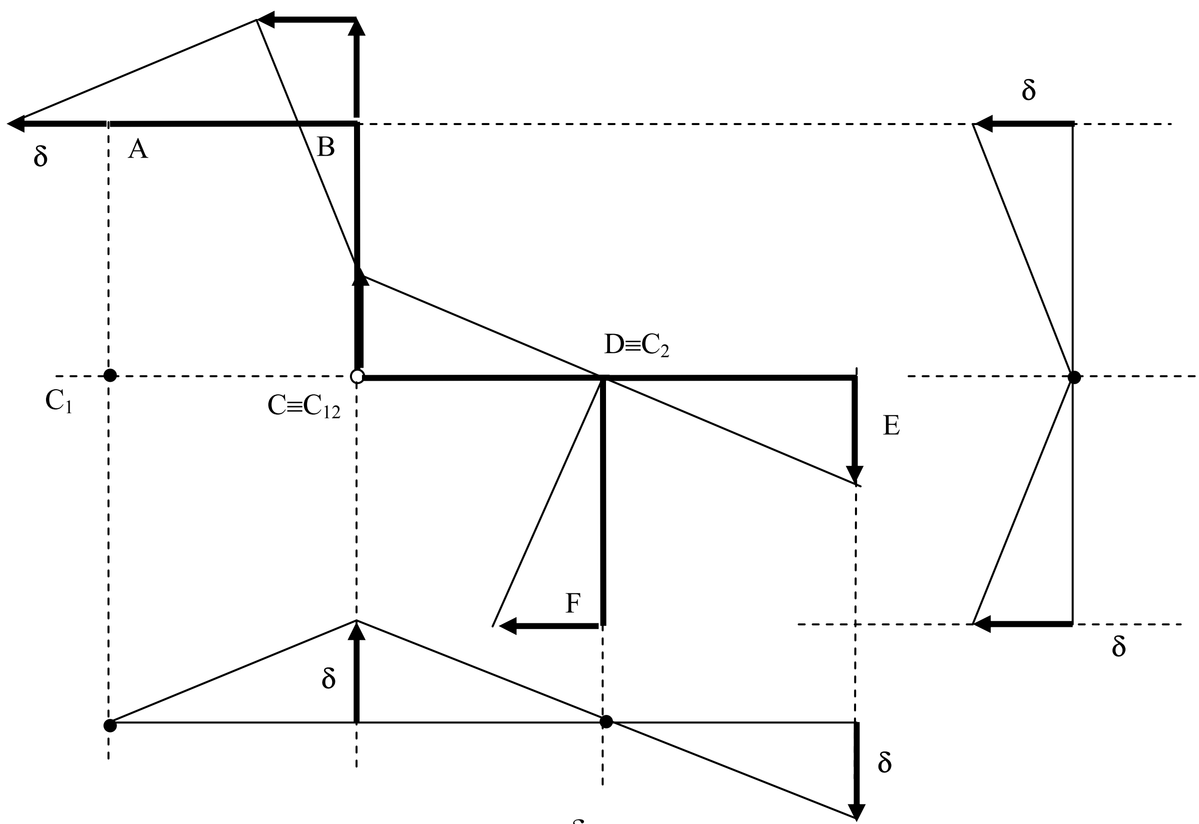


Fig. 1

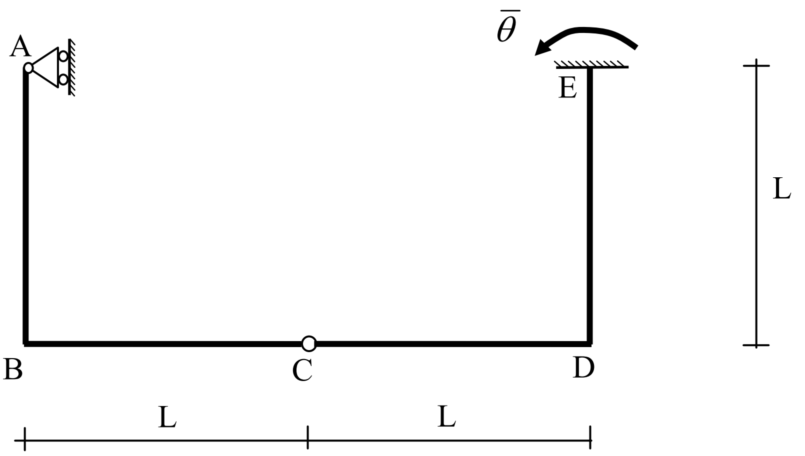
Soluzione:



$$\vartheta_1 = \frac{\delta}{L} = -\vartheta_2$$

ESERCIZIO 7

Con riferimento alla Fig. 1, assegnata la rotazione antioraria $\overline{\theta}$:
determinare la posizione dei centri istantanei di rotazione;
determinare i diagrammi delle componenti orizzontali e verticali degli spostamenti;
calcolare la rotazione di ciascun corpo;
determinare gli spostamenti dei punti A, B, C, D, E



Soluzione