CURVE DI PROBABILITÀ PLUVIOMETRICA

Le ***curve di probabilità pluviometrica*** esprimono la relazione fra le altezze di precipitazione h e la loro durata t, per un assegnato valore del periodo di ritorno T. Tale relazione viene spesso indicata anche come ***curva di possibilità climatica*** o, ancora, ***linea segnalatrice di probabilità pluviometrica*** (LSPP).

In pratica non ci si limita mai ad una curva sola, ma si considera un fascio di curve, ciascuna delle quali corrisponde ad un valore diverso del periodo di ritorno. L'altezza di precipitazione h presa in considerazione è quella massima annuale relativa alla durate in esame.

Diverse formule sono utilizzate per descrivere questa relazione. In Italia viene generalmente utilizzata una legge di potenza monomia del tipo:

$$h_{t,T} = a\, t^{n} \qquad (1)$$

dove h = altezza di precipitazione; t = durata della precipitazione; a ed n sono coefficienti che dipendono dal periodo di ritorno.

Per la determinazione delle suddette curve ci si basa sull'analisi delle curve di frequenza cumulata (CDF), costruite per le serie storiche dei massimi annuali delle piogge di durata 1, 3, 6, 12, 24 ore, adattando a ciascuna di esse, attraverso la stima dei parametri, un predefinito modello probabilistico (TCEV, Gumbel, etc.).

Dalle curve di frequenza, fissato il periodo di ritorno T (tipicamente 10, 20, 50, 100, 200, 1000 anni) e per ogni durata è possibile, quindi, ricavare il valore $h_{t,T.}$ I valori così determinati vengono riportati su un diagramma (h, t) ed interpolati mediante delle curve caratterizzate dalla espressione (1).

La legge di potenza considerata si adotta anche per l'interpolazione dei valori medi dei massimi annuali di precipitazione di diversa durata.

Per la stima dei parametri a ed n di ciascuna curva conviene considerare la trasformata logaritmica dei valori delle precipitazioni e delle durate ed applicare il metodo dei minimi quadrati.

Passando ai logaritmi, in questo caso di base 10, la (1) diventa un'espressione lineare:

$$\log_{10} h = \log_{10} a + n \log_{10} t \qquad (2)$$

Ponendo

$Y = \log_{10} h$; $A = \log_{10} a$ ed $X = \log_{10} t$

si ha:

$$Y = A + n\, X \qquad (3)$$

che è l'equazione di una retta di intercetta A e coefficiente angolare n.

Note M coppie di valori (h,t) riferite ad uno stesso periodo di ritorno, i coefficienti A ed n possono essere determinati approssimando la retta dell'equazione (3) con la retta di interpolazione dei minimi quadrati. *(vedi Scheda 9).*

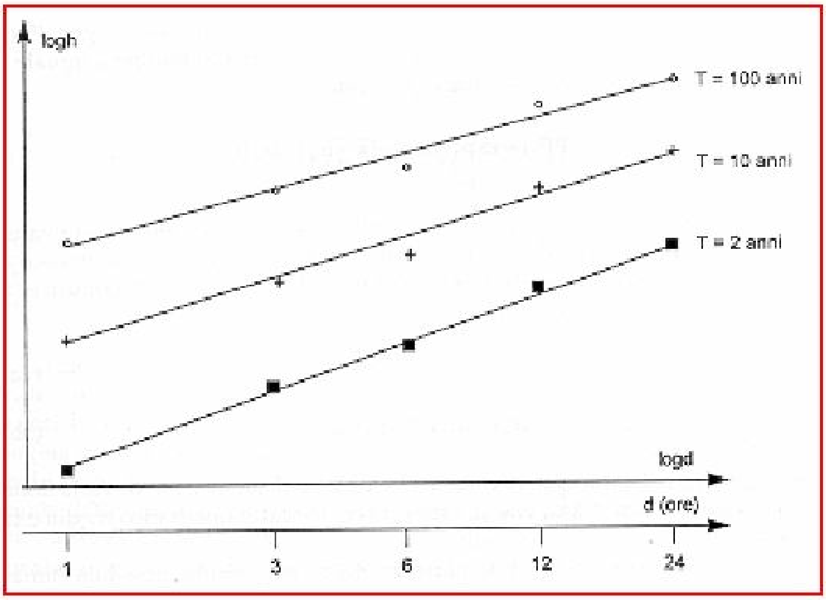
Tale retta di interpolazione è quella che minimizza la somma dei quadrati delle distanze tra la retta stessa ed i punti individuati dalle M coppie di valori noti.

I parametri, date le M coppie di valori noti (*log h, log t*), possono essere stimati attraverso le equazioni normali:

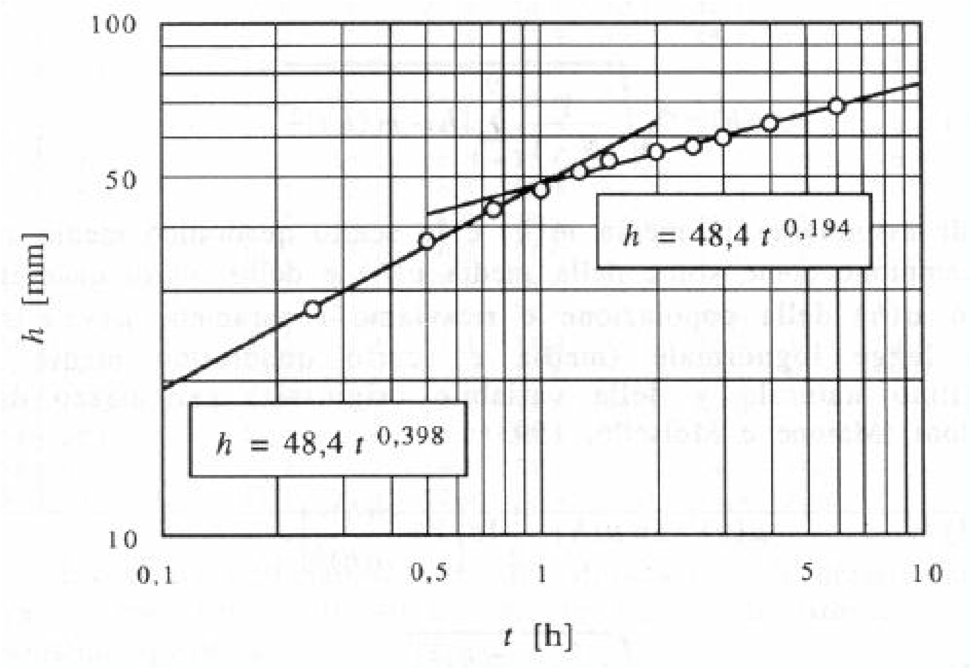
$$n = \frac{M\sum(\log t)(\log h) - \sum \log t \sum \log h}{M\sum(\log t)^2 - \left(\sum \log t\right)^2} \qquad (4)$$

$$A = \frac{\sum \log h \sum(\log t)^2 - \sum \log t \sum(\log t)(\log h)}{M\sum(\log t)^2 - \left(\sum \log t\right)^2} \qquad (5)$$

Una volta stimati i parametri è possibile entrare nella curva di probabilità pluviometrica caratterizzata da un certo tempo di ritorno e ricavare l'altezza di pioggia corrispondente a durate differenti da quelle considerate dal servizio idrografico.



Per durate inferiori all'ora, in genere, si effettua una estrapolazione della curva ottenuta con la procedura appena descritta oppure, si procede ad elaborazioni analoghe a quelle descritte utilizzando anche i dati relativi a durate inferiori ad un'ora. In entrambi casi è comunque opportuno prevedere l'utilizzo di due leggi monomie caratterizzate da diversi parametri.



Per durate superiori, invece, si preferisce effettuare delle elaborazioni analoghe a quelle illustrate sulle base di dati di precipitazione giornaliera (massimi annuali per 1, 2, 3, .. giorni consecutivi).

Esempio di calcolo delle curve di probabilita' pluviometrica

Utilizzando le serie storiche dei ***massimi annuali*** delle altezze di precipitazione di durata 1, 3, 6, 12, 24 ore registrate nella stazione di Riace, si vogliono costruire le curve di probabilità pluviometrica per i periodi di ritorno 50, 100, 500 anni, considerando il modello probabilistico di Gumbel.

I dati di partenza, riportati nella tabella 1, sono le serie storiche dei massimi annuali delle altezze di precipitazione di durata 1, 3, 6, 12, 24 ore registrate nel pluviografo di Riace ricavati dalla *Tabella III* – "Precipitazioni di massima intensità registrate ai pluviografi", della Parte Prima degli Annali Idrologici, sezione Pluviometria.

Tabella 1 – Massimi annuali di precipitazione registrati nel pluviografo di Riace

ANNO	P1ora	P3ore	P6ore	P12ore	P24ore
1937	72.00	74.20	74.60	74.60	74.60
1939	21.00	41.00	74.40	99.60	134.50
1940	20.40	31.20	35.80	55.00	87.00
1941	31.00	43.00	62.60	77.20	78.60
1943	40.00	61.00	86.40	157.00	180.00
1944	17.80	32.40	37.00	58.00	77.00
1945	19.20	24.00	33.20	50.60	57.60
1946	29.80	34.00	47.60	69.60	76.80
1947	39.80	64.00	76.00	88.60	126.00
1948	34.00	37.00	49.00	66.00	91.00
1949	37.00	46.00	53.00	75.00	96.60
1950	30.80	50.00	75.60	83.20	114.40
1951	40.00	80.00	140.00	240.00	313.00
1952	19.00	38.00	48.00	51.80	52.00
1954	39.00	46.00	51.00	51.40	57.20
1956	65.40	67.80	69.40	77.00	105.80
1957	52.00	80.80	91.20	102.00	139.60
1958	37.80	59.00	72.40	72.40	73.80
1959	32.00	44.00	58.00	67.60	85.00
1960	34.00	39.40	43.20	51.60	67.40
1962	31.40	38.00	38.80	38.80	38.80
1963	23.80	39.80	49.00	80.40	92.40
1964	90.00	112.00	192.00	200.20	200.80
1965	28.00	28.20	36.60	48.20	67.00
1966	55.40	89.80	90.20	90.80	97.20
1967	40.20	85.20	108.40	120.60	138.00
1968	16.60	32.60	38.20	45.70	58.60
1969	17.00	27.50	39.80	45.00	63.40
1970	19.50	29.00	39.60	51.80	84.40
1971	24.00	42.80	58.40	85.80	143.90
1972	34.20	38.40	64.00	114.00	199.60
1973	28.20	38.00	52.40	86.80	109.40
1974	36.00	47.40	47.40	66.00	70.20
1977	22.40	31.20	34.80	36.60	36.80
1978	31.20	54.60	57.00	72.20	82.00
1979	23.40	37.40	51.20	67.20	93.60
1980	36.20	59.40	72.80	83.20	128.80
1982	34.80	56.20	70.40	104.80	143.20
1983	25.20	57.60	72.40	88.40	104.00
1984	39.00	55.80	64.20	73.80	73.80
1985	19.20	36.00	40.60	54.60	70.60
1986	19.00	35.60	38.40	70.80	127.40
1987	26.40	42.40	42.80	42.80	42.80

A ciascuna serie deve essere adattato il modello probabilistico di Gumbel, caratterizzato dalla seguente espressione per la CDF:

$$F_X(x) = e^{-e^{-a(x-\varepsilon)}}$$

in cui α ed ε sono parametri da stimare.

La stima dei parametri può essere effettuata attraverso il **metodo dei momenti** o il **metodo della massima verosimiglianza**.

Alla base del primo metodo sta l'ipotesi che i momenti relativi al campione siano la migliore stima dei corrispondenti momenti della popolazione. Nella tabella 2 sono riportati i valori dei parametri ottenuti con questo approccio.

Tabella 2 - Parametri stimati con il metodo dei momenti

1 ORA	$\mu = \bar{x} = 33.327$	$\sigma = s = 15.097$	$\alpha = \sqrt{\frac{1.645}{\sigma^2}} = 0.08$	$\varepsilon = \mu - \frac{0.577}{\alpha} = 26.54$
3 ORE	$\mu = \bar{x} = 49.016$	$\sigma = s = 19.220$	$\alpha = \sqrt{\frac{1.645}{\sigma^2}} = 0.07$	$\varepsilon = \mu - \frac{0.577}{\alpha} = 40.37$
6 ORE	$\mu = \bar{x} = 62.274$	$\sigma = s = 29.808$	$\alpha = \sqrt{\frac{1.645}{\sigma^2}} = 0.04$	$\varepsilon = \mu - \frac{0.577}{\alpha} = 48.86$
12 ORE	$\mu = \bar{x} = 79.923$	$\sigma = s = 39.631$	$\alpha = \sqrt{\frac{1.645}{\sigma^2}} = 0.03$	$\varepsilon = \mu - \frac{0.577}{\alpha} = 62.09$
24 ORE	$\mu = \bar{x} = 101.270$	$\sigma = s = 51.405$	$\alpha = \sqrt{\frac{1.645}{\sigma^2}} = 0.02$	$\varepsilon = \mu - \frac{0.577}{\alpha} = 78.14$

Con il **metodo della massima verosimiglianza**, invece, si assumono come valori dei parametri quelli che rendono massima la funzione di verosimiglianza, ottenuta come densità di probabilità delle *N* osservazioni indipendenti del campione. Per la legge di Gumbel il metodo fornisce le seguenti espressioni da cui si ricavano le stime di α ed ε:

$$\frac{1}{\hat{\alpha}} = \bar{x} - \frac{\sum x_i \cdot e^{-\hat{\alpha} x_i}}{\sum e^{-\hat{\alpha} x_i}} \qquad (6)$$

$$e^{-\hat{\alpha}\hat{\varepsilon}} = \frac{1}{n} \cdot \sum e^{-\hat{\alpha} x_i} \qquad (7)$$

Tabella 3 - Parametri stimati con il metodo della massima verosimiglianza

1 ORA	α =0.1027	ε = 27.20
3 ORE	α =0.0763	ε = 40.70
6 ORE	α =0.0571	ε = 51.00
12 ORE	α =0.0429	ε = 65.00
24 ORE	α =0.0298	ε = 80.30

<u>Esempio di calcolo dei parametri con il metodo della massima verosimiglianza</u>

Si consideri la serie relativa a t =1 ora.

Poiché il parametro α compare sia nel termine a destra che in quello a sinistra della (6) è necessario risolvere l'espressione in maniera iterativa.

Come valori iniziali del parametro si consideri quello stimato con il metodo dei momenti:

α_1 =0.08

Sostituendo nel termine a destra della (6) si ottiene un nuovo valore per α

$$\alpha_2 = \frac{1}{\bar{x} - \frac{\sum x_i \cdot e^{-\hat{\alpha} x_i}}{\sum e^{-\hat{\alpha} x_i}}} = 0.116$$

A questo punto si verifica la condizione di uscita

$|\alpha_1 - \alpha_2| \leq \Delta$?

In questo esempio si consideri una tolleranza Δ pari a 0.001

Se la condizione è soddisfatta allora la procedura termina, altrimenti si procede alla determinazione di un nuovo valore per lo stimatore α nella seguente maniera:

$$\text{se} \quad (\alpha_1 < \alpha_2) \quad \Rightarrow \quad \alpha_3 = \alpha_1 + \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{3}$$

$$\text{se} \quad (\alpha_1 > \alpha_2) \quad \Rightarrow \quad \alpha_3 = \alpha_2 + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{3}$$

Poichè risulta Δ=0.036, si calcola il nuovo valore per α che, essendo ($\alpha_1 < \alpha_2$), risulta pari a 0.092.

A questo punto si procede in maniera iterativa fino a quando non risulta soddisfatta la condizione di uscita fissata.

2° iterazione: Si pone $\alpha_1 = \alpha_3 = 0.092$

$\alpha_2 = 0.1079$ $\Delta=0.0159$ (condizione non soddisfatta)

$\alpha_3 = 0.0973$

3° iterazione: $\alpha_1 = \alpha_3 = 0.0973$

$\alpha_2=0.1050$ $\Delta=0.0077$ (condizione non soddisfatta)

$\alpha_3=0.0998$

4° iterazione: $\alpha_1 = \alpha_3 = 0.0998$

$\alpha_2=0.1037$ $\Delta=0.0039$ (condizione non soddisfatta)

$\alpha_3=0.1010$

5° iterazione: $\alpha_1 = \alpha_3 = 0.101$

$\alpha_2=0.1031$ $\Delta=0.0021$ (condizione non soddisfatta)

$\alpha_3=0.1016$

6° iterazione: $\alpha_1 = \alpha_3 = 0.10169$

$\boldsymbol{\alpha_2=0.1027}$ $\Delta=0.001$ (**condizione soddisfatta**)

La stima del parametro ε si ottiene quindi sostituendo il valore ottenuto per α nell'espressione (7)

$$\varepsilon = 27.20$$

Nelle figure che seguono, per ciascuna delle durate considerate, le CDF teoriche sono confrontate su cartogramma probabilistico doppio esponenziale (o di Gumbel) con la frequenza cumulata campionaria (ovvero la probabilità di non superamento) ottenuta tramite la plotting position di Weibull:

$$\mathbf{P_P} = \frac{i}{n+1}$$

in cui *i* indica il rank occupato dal dato nel campione riordinato in maniera crescente.

Il ***cartogramma probabilistico doppio esponenziale*** è un diagramma con scala delle ordinate deformata in modo tale che la funzione di probabilità cumulata di Gumbel sia rappresentata da una retta.

La variabile ridotta considerata in questo caso è:

$$y = -\ln(-\ln(F_Y(y))$$

Poichè deve valere $F_Y(y)= F_X(x)$, considerando la legge di Gumbel si ha:

$$F_Y(y) = e^{-e^{-y}} = F_X(x) = e^{-e^{-\alpha(x-\varepsilon)}}$$

in cui si evidenzia il legame lineare tra X ed Y :

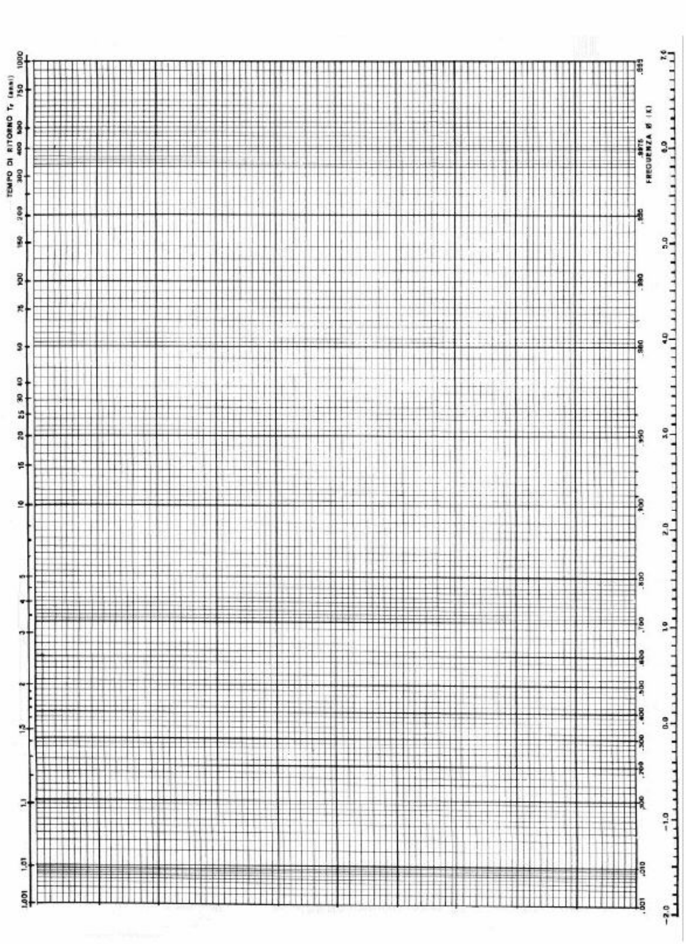
$y = \alpha(x - \varepsilon)$

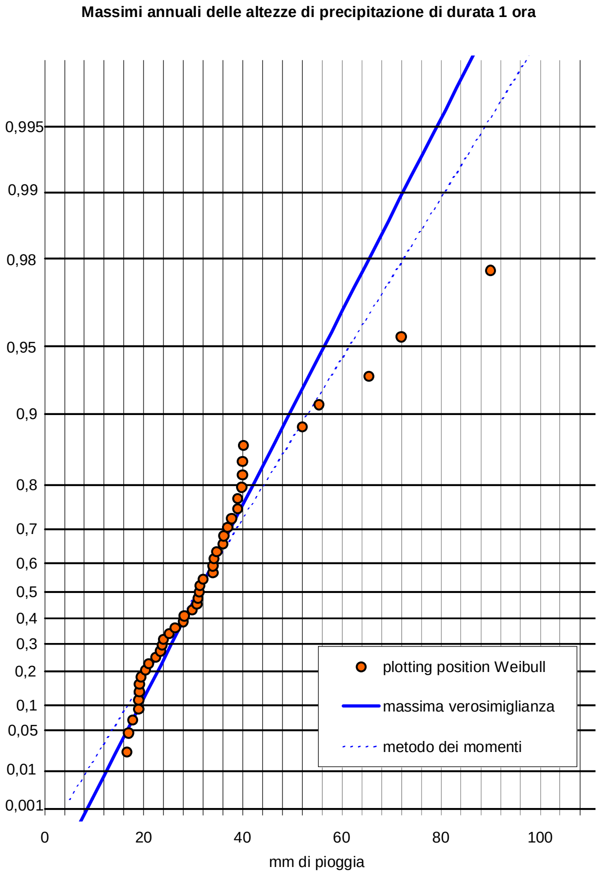
Si procede riportando sulle ordinate i valori delle Y (variabile ridotta) a scala lineare e si determinano i valori assunti da tale variabile in corrispondenza di assegnati valori di $F_Y(y)$:

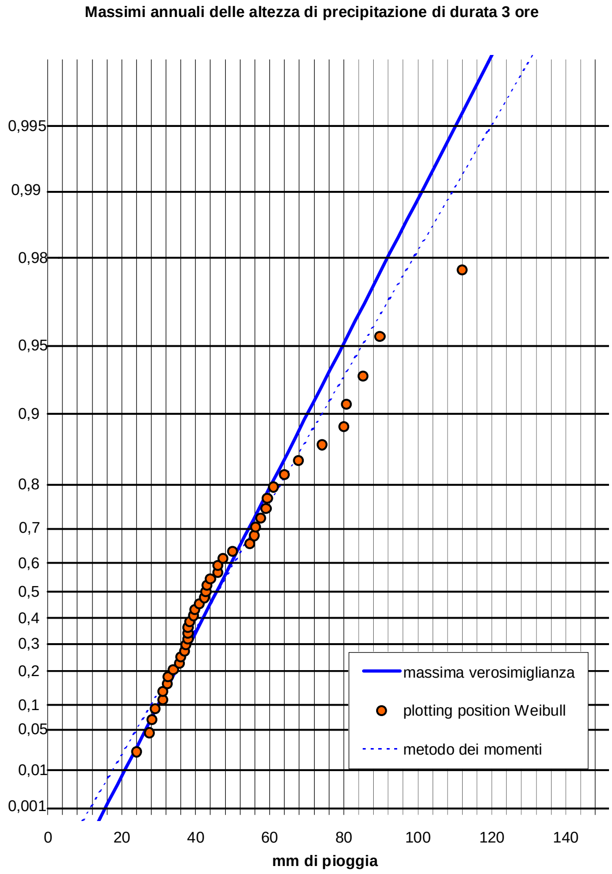
$F_Y(y)$=0.1; 0.2, 0.3; 0.4; 0.5……. 0.998; 0.999

$F_Y(y)= F_X(x)$	0.1	0.2	0.3	0.367	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	0.95	0.99	0.995	0.998	0.999
y	-0.834	-0.476	-0.186	0	0.087	0.366	0.672	1.031	1.5	2.25	2.97	4.6	5.296	6.214	6.907

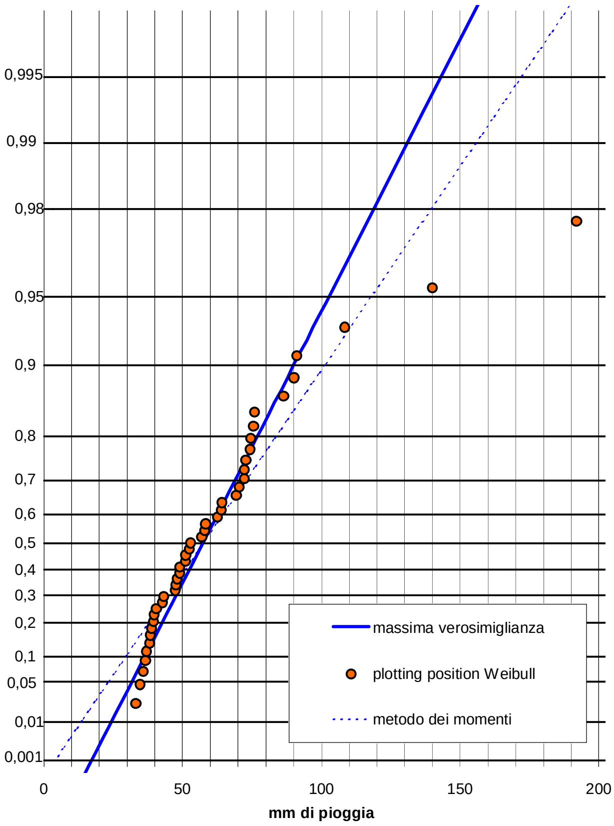
CARTA PROBABILISTICA DI GUMBEL O DOPPIO ESPONENZIALE



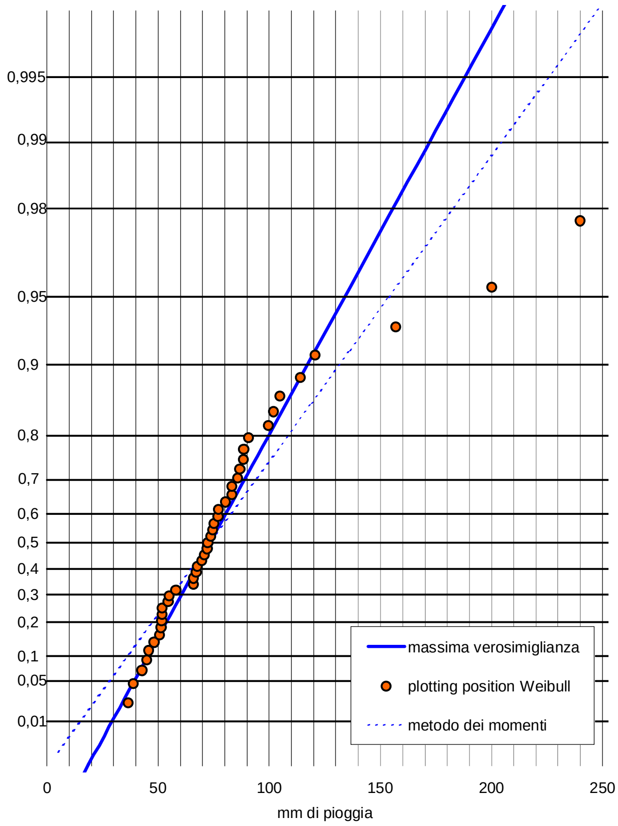

Massimi annuali delle altezze di precipitazione di durata 1 ora
0,995
0,99
0,98
0,95
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0,05
0,01
0,001
0
20
40
60
80
100
mm di pioggia
plotting position Weibull
massima verosimiglianza
metodo dei momenti


Massimi annuali delle altezza di precipitazione di durata 3 ore
0,995
0,99
0,98
0,95
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0,05
0,01
0,001
0
20
40
60
80
100
120
140
mm di pioggia
massima verosimiglianza
plotting position Weibull
metodo dei momenti

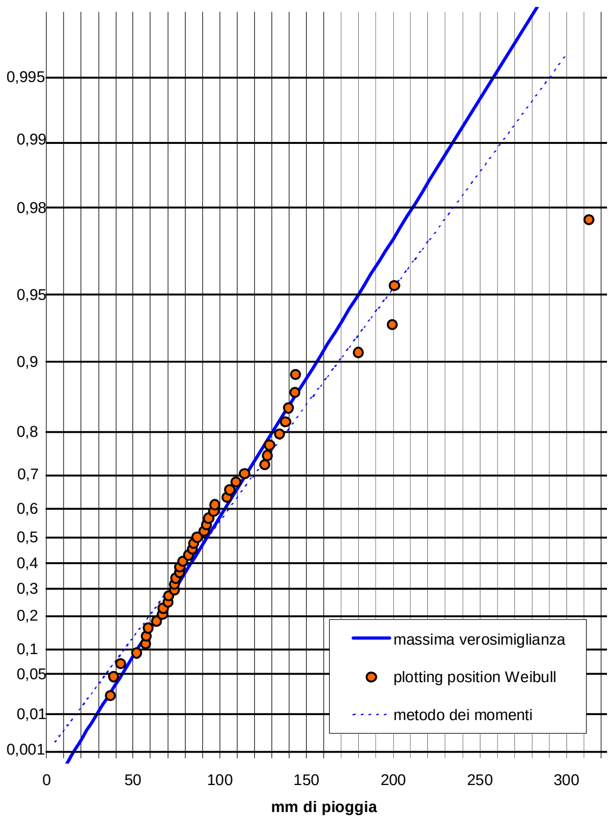
Massimi annuali delle altezze di precipitazione di durata 6 ore



Massimi annuali delle altezza di precipitazione di durata 12 ore



Massimi annuali delle altezze di precipitazione di durata 24 ore



A titolo di esempio, alla sola serie dei massimi annuali di precipitazione di durata pari a 12 ore registrati nella stazione di Riace, è stato adattato il modello probabilistico **TCEV**, per cui la funzione di probabilità cumulata e la funzione densità di probabilità sono:

$$F_X(x) = \exp\left\{-\Lambda_1 \exp(-x/\theta_1) - \Lambda_* \Lambda_1^{1/\theta_*} \exp\left[-x/(\theta_* \theta)_1\right]\right\} \quad x \geq 0$$

$$f_X(x) = \frac{dF_X(x)}{dx} = F_X(x)\left(\frac{\Lambda_1}{\vartheta_1} e^{-x/\vartheta_1} + \frac{\Lambda_* \Lambda_1^{1/\vartheta_*}}{\vartheta_* \vartheta_1} e^{-x/\vartheta_1 \vartheta_*}\right) = F_X(x) \Psi_*(x)$$

in cui Λ_*, Λ_*, Λ_1 e θ_1 sono i quattro parametri che caratterizzano il modello.

In questo caso sono stati considerati solo il primo ed il secondo livello di regionalizzazione.

Al 1° livello di regionalizzazione per i due parametri di forma del modello, θ_* e Λ_*, si può assumere un valore costante all'interno di ampie zone omogenee. Dalle analisi condotte sulle piogge giornaliere in Calabria per tali parametri sono stati stimati dei valori costanti nell'intera regione e pari a:

$$\Lambda_* = 0.418$$

$$\theta_* = 2.154$$

E' stato, inoltre, dimostrato che nel caso della Calabria è lecito assumere invarianti con la durata della pioggia i valori di θ_* e Λ_* e, pertanto, considerare tali valori anche nel caso di piogge orarie.

I parametri θ_1 e Λ_1 possono essere quindi desunti dalla singola serie applicando il metodo della massima verosimiglianza.

Si definisca la funzione di verosimiglianza come:

$$\ln L = \sum_{i=1}^{n} \ln f_X(x_i) = \sum_{i=1}^{n} \ln F_X(x_i) + \sum_{i=1}^{n} \ln \Psi_*(x_i)$$

con *n* numero di valori della singola serie. Le formule risolutive per la stima dei parametri sono le seguenti (da non imparare a memoria!):

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \vartheta_1} = 0 \Leftrightarrow \vartheta_1 = \frac{\displaystyle\sum_{i=1}^{n} \frac{x_i e^{-x_i/\vartheta_1}}{\Psi_*(x_i)} + \frac{\Lambda_* \Lambda_1^{1/\vartheta_*}}{\vartheta_*^2 \Lambda_1} \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i e^{-x_i/\vartheta_* \vartheta_1}}{\Psi_*(x_i)}}{\displaystyle\sum_{i-1}^{n} x_i e^{-x_i/\vartheta_1} + \frac{\Lambda_* \Lambda_1^{1/\vartheta_*}}{\vartheta_* \Lambda_1} \sum_{i-1}^{n} x_i e^{-x_i/\vartheta_* \vartheta_1} + \sum_{i-1}^{n} \frac{e^{-x_i/\vartheta_1}}{\Psi_*(x_i)} + \frac{\Lambda_* \Lambda_1^{1/\vartheta_*}}{\vartheta_* \Lambda_1} \sum_{i-1}^{n} \frac{e^{-x_i/\vartheta_* \vartheta_1}}{\Psi_*(x_i)}}$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \Lambda_1} = 0 \Leftrightarrow \Lambda_1 = \frac{\frac{\Lambda_1}{\vartheta_1}\left[\sum_{i=1}^{n} \frac{e^{-x_i/\vartheta_1}}{\Psi_*(x_i)} + \frac{\Lambda_* \Lambda_1^{1/\vartheta_*}}{\vartheta_*^2 \Lambda_1} \sum_{i=1}^{n} \frac{e^{-x_i/\vartheta_* \vartheta_1}}{\Psi_*(x_i)}\right]}{\sum_{i=1}^{n} e^{-x_i/\vartheta_1} + \frac{\Lambda_* \Lambda_1^{1/\vartheta_*}}{\vartheta_* \Lambda_1} \sum_{i=1}^{n} e^{-x_i/\vartheta_* \vartheta_1}}$$

Per la serie in esame si ottengono le seguenti stime:

$$\Lambda_1 = 26.683$$

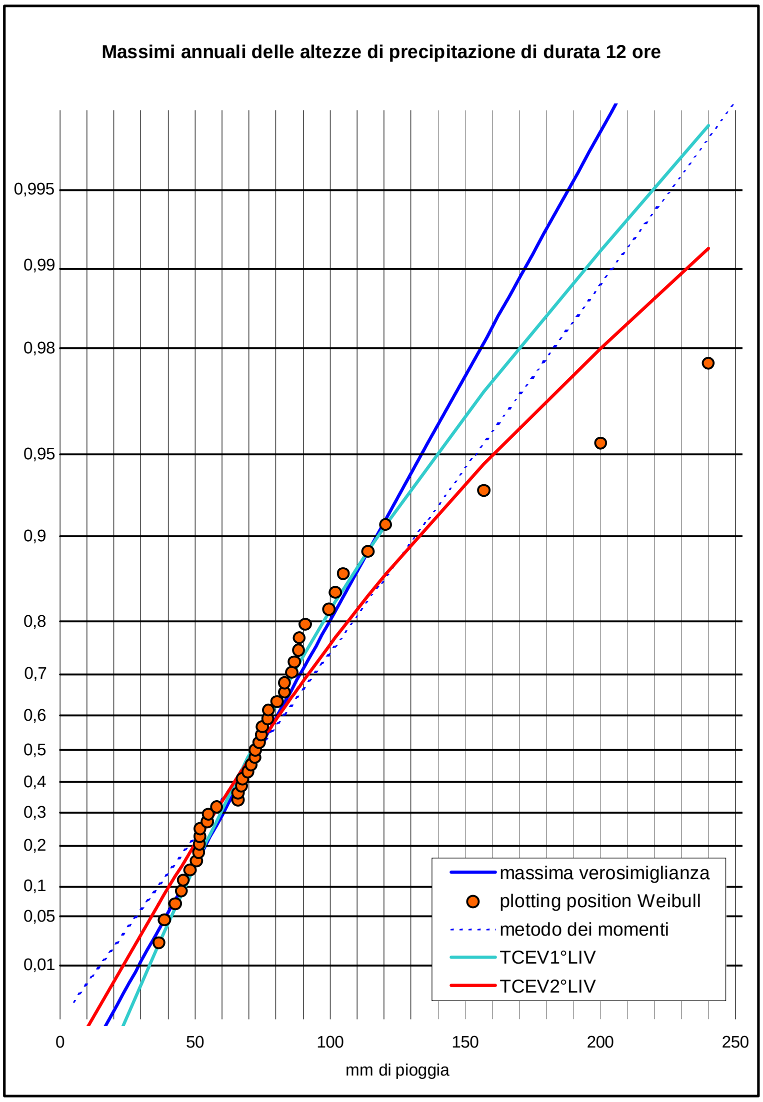
$$\theta_1 = 17.078$$

Al 2° livello di regionalizzazione, oltre ai valori costanti dei parametri θ_* e Λ_* nelle zone omogenee, all'interno di queste è possibile identificare sottozone omogenee, entro cui si può ritenere costante anche il parametro di scala Λ_1. In totale quindi per questo livello di analisi sono tre i parametri di cui si può assumere a priori un valore regionale. Per la regione Calabria sono state individuate tre sottozone omogenee: tirrenica, centrale e ionica. Per la sottozona ionica, in cui ricade la stazione di Riace, è stato stimato:

$$\Lambda_1 = 10.987$$

Anche in questo caso è possibile considerare alla scala oraria il valore determinato dall'analisi delle piogge giornaliere. Dalla singola serie viene stimato, quindi, solo il parametro θ_1 con il metodo della massima verosimiglianza utilizzando l'espressione fornita precedentemente per il livello 1. Per il caso in esame si ottiene:

$$\theta_1 = 22.079$$



Massimi annuali delle altezze di precipitazione di durata 12 ore
0,995
0,99
0,98
0,95
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
0,05
0,01
0
50
100
150
200
250
mm di pioggia
massima verosimiglianza
plotting position Weibull
metodo dei momenti
TCEV1°LIV
TCEV2°LIV

Come detto, per il calcolo delle curve di probabilità pluviometrica si ci basa sull'interpolazione dei valori $h_{t,T.}$ individuati, per un fissato il periodo di ritorno *T*, sulla base delle curve di frequenza costruite per le serie storiche dei massimi annuali delle piogge di durata 1, 3, 6, 12, 24 ore.

Per ciascuna durata sono stati, quindi, determinati i valori medi ed i frattili corrispondenti ai periodi di ritorno fissati (Tab.4), considerando il modello di Gumbel ed i parametri stimati con il metodo della massima verosimiglianza.

Tabella 4 – Valori medi e frattili corrispondenti ai periodi di ritorno fissati

T	**F_X (x)**	**t = 1 ora**	**t = 3 ore**	**t = 6 ore**	**t = 12 ore**	**t = 24 ore**
50	0.98	65.31	91.79	118.96	155.82	210.93
100	0.99	72.13	100.93	131.12	172.07	234.31
500	0.998	87.89	122.05	159.22	209.62	288.32
hmedia		33.32	49.01	62.27	79.92	101.26

A questo punto per la stima dei parametri della legge di potenza $h_{t,T} = a\ t^{\,n}$, si considera la trasformata logaritmica dei valori delle precipitazioni e delle durate (Tab.5) e si applica il metodo dei minimi quadrati.

Per i valori medi e per ogni periodo di ritorno considerato, quindi, bisogna stimare i parametri della generica retta:

$$Y = A + n\,X$$

in cui $Y = log_{10}\ h$; $A = log_{10}\ a$ ed $X = log_{10}\ t$.

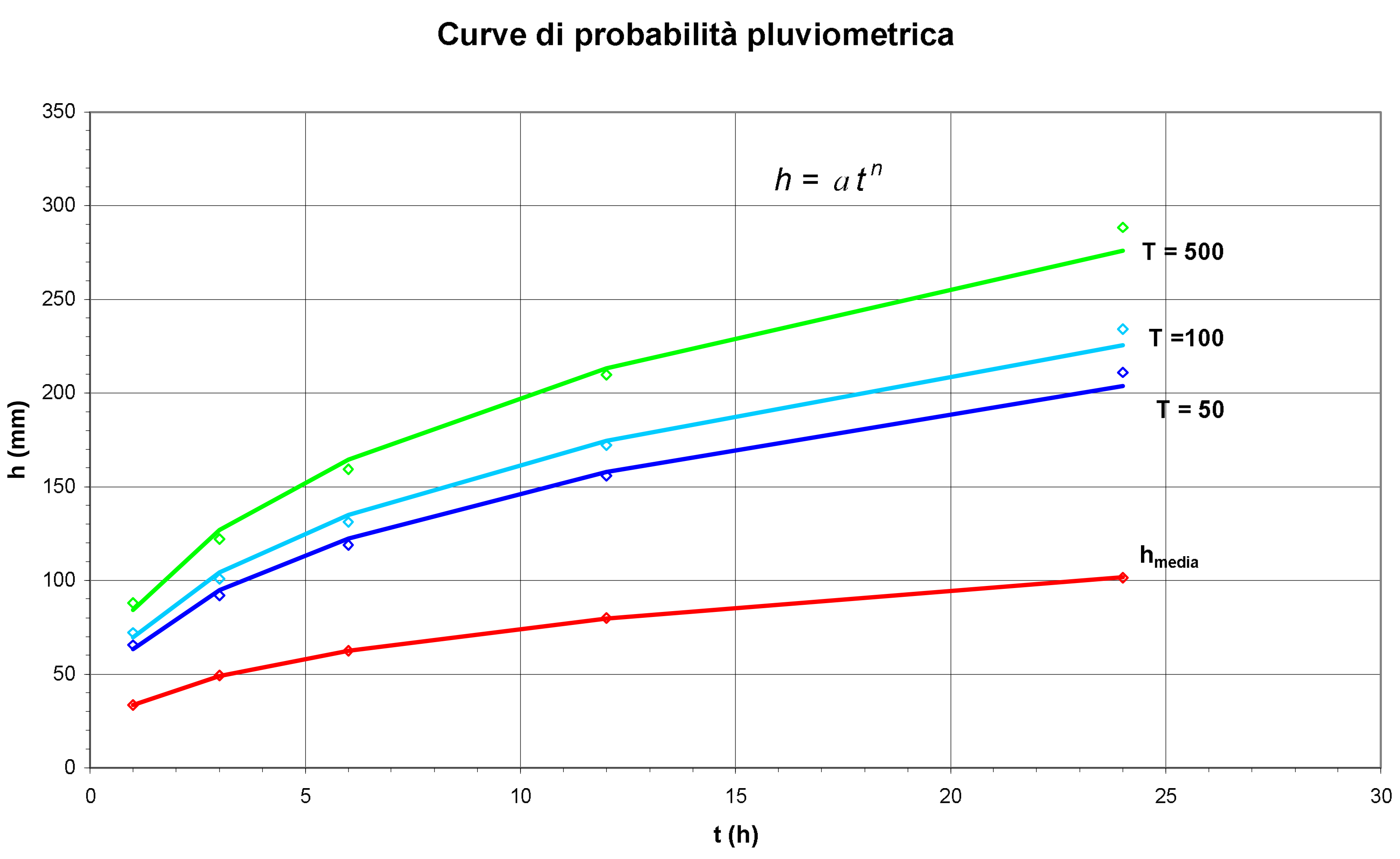
Tabella 5 – Logaritmi delle durate e dei frattili considerati

	Log h			
Log t	**media**	**T=50**	**T=100**	**T=500**
0.0000	1.52	1.81	1.85	1.94
0.4771	1.69	1.96	2.00	2.08
0.7782	1.79	2.07	2.11	2.20
1.0792	1.90	2.19	2.23	2.32
1.3802	2.01	2.32	2.36	2.45

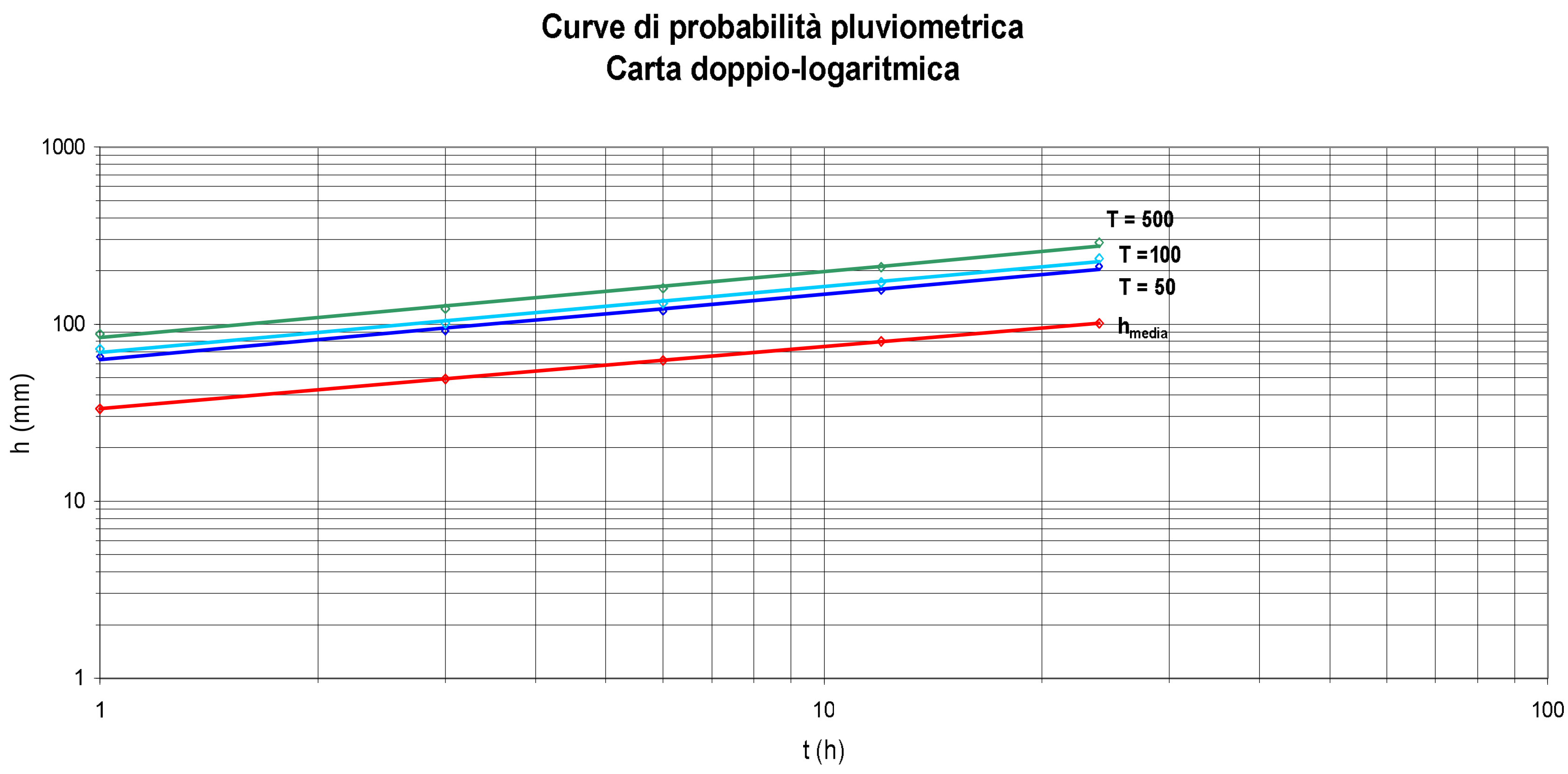
I valori dei coefficienti *A* ed *n* ottenuti per i valori medi dei massimi annuali e per ciascun periodo di ritorno (Tab. 6) sono stati stimati attraverso le cosiddette *equazioni normali*, espressioni (4) e (5). Infine, si è determinato il valore del parametro $a=10^A$.

Tabella 6- Parametri stimati con il metodo della massima verosimiglianza

	media	**T=50**	**T=100**	**T=500**
Intercetta	1.52	1.80	1.84	1.92
Coeff.ang.	0.35	0.36	0.37	0.37
a	33.33	63.14	69.48	84.19
n	0.35	0.36	0.37	0.37



Curve di probabilità pluviometrica
h = a t^n
T = 500
T =100
T = 50
h_media
h (mm)
t (h)
0
50
100
150
200
250
300
350
0
5
10
15
20
25
30


Curve di probabilità pluviometrica
Carta doppio-logaritmica
h (mm)
1000
100
10
1
1
10
100
t (h)
T = 500
T =100
T = 50
h media