UNIVERSITA'
DEL SALENTO

COSTRUZIONI IDRAULICHE

LEZIONE 11. Elementi di IDROLOGIA – parte III

Felice D'Alessandro

Curve di Probabilità Pluviometrica (CPP)

Le *curve di probabilità pluviometrica* esprimono la relazione fra le altezze di precipitazione h e la loro durata t, per un assegnato valore del periodo di ritorno T. Tale relazione viene spesso indicata anche come *curva di possibilità climatica* o, ancora, *linea segnalatrice di probabilità pluviometrica* (LSPP).

In pratica non ci si limita mai ad una curva sola, ma si considera un fascio di curve, ciascuna delle quali corrisponde ad un valore diverso del periodo di ritorno. L'altezza di precipitazione h presa in considerazione è quella massima annuale relativa alla durate in esame.

Diverse formule sono utilizzate per descrivere questa relazione. In Italia viene generalmente utilizzata una legge di potenza monomia del tipo:

$$\boxed{h_{t,T} = a\, t^{n}} \qquad (1)$$

dove h = altezza di precipitazione; t = durata della precipitazione; a ed n sono coefficienti che dipendono dal periodo di ritorno.

Curve di Probabilità Pluviometrica (CPP)

Per la determinazione delle suddette curve ci si basa sull'analisi delle curve di frequenza cumulata (CDF), costruite per le serie storiche dei massimi annuali delle piogge di durata 1, 3, 6, 12, 24 ore, adattando a ciascuna di esse, attraverso la stima dei parametri, un predefinito modello probabilistico (TCEV, Gumbel, etc.).

Dalle curve di frequenza, fissato il periodo di ritorno T (tipicamente 10, 20, 50, 100, 200, 1000 anni) e per ogni durata è possibile, quindi, ricavare il valore $h_{t,T}$. I valori così determinati vengono riportati su un diagramma (h, t) ed interpolati mediante delle curve caratterizzate dalla espressione (1).

Curve di Probabilità Pluviometrica (CPP)

Per la stima dei parametri a ed n di ciascuna curva conviene considerare la trasformata logaritmica dei valori delle precipitazioni e delle durate ed applicare il metodo dei minimi quadrati.

Passando ai logaritmi, in questo caso di base 10, la (1) diventa un'espressione lineare:

$$\log_{10} h = \log_{10} a + n \log_{10} t \qquad (2)$$

Ponendo

$$Y = \log_{10} h \; ; \; A = \log_{10} a \text{ ed } X = \log_{10} t$$

si ha:

$$Y = A + n X \qquad (3)$$

che è l'equazione di una retta di intercetta A e coefficiente angolare n.

Curve di Probabilità Pluviometrica (CPP)

Note M coppie di valori (h,t) riferite ad uno stesso periodo di ritorno, i coefficienti A ed n possono essere determinati approssimando la retta dell'equazione (3) con la retta di interpolazione dei minimi quadrati.

Tale retta di interpolazione è quella che minimizza la somma dei quadrati delle distanze tra la retta stessa ed i punti individuati dalle M coppie di valori noti.

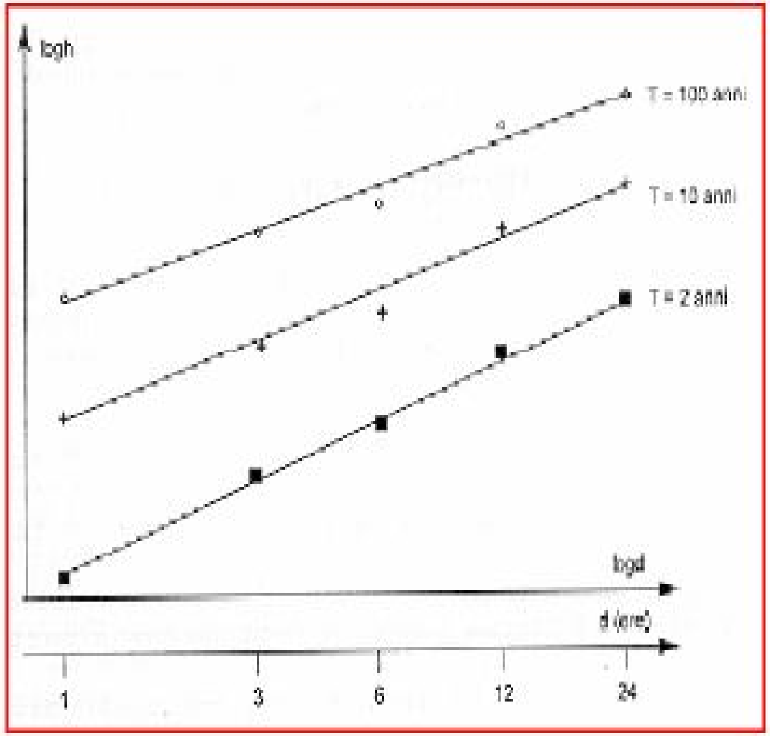
I parametri, date le M coppie di valori noti (*log h, log t*), possono essere stimati attraverso le equazioni normali:

$$n = \frac{M\sum(\log t)(\log h) - \sum \log t \sum \log h}{M\sum(\log t)^2 - \left(\sum \log t\right)^2} \qquad (4)$$

$$\mathrm{A} = \frac{\sum \log h \sum(\log t)^2 - \sum \log t \sum(\log t)(\log h)}{M\sum(\log t)^2 - \left(\sum \log t\right)^2} \qquad (5)$$

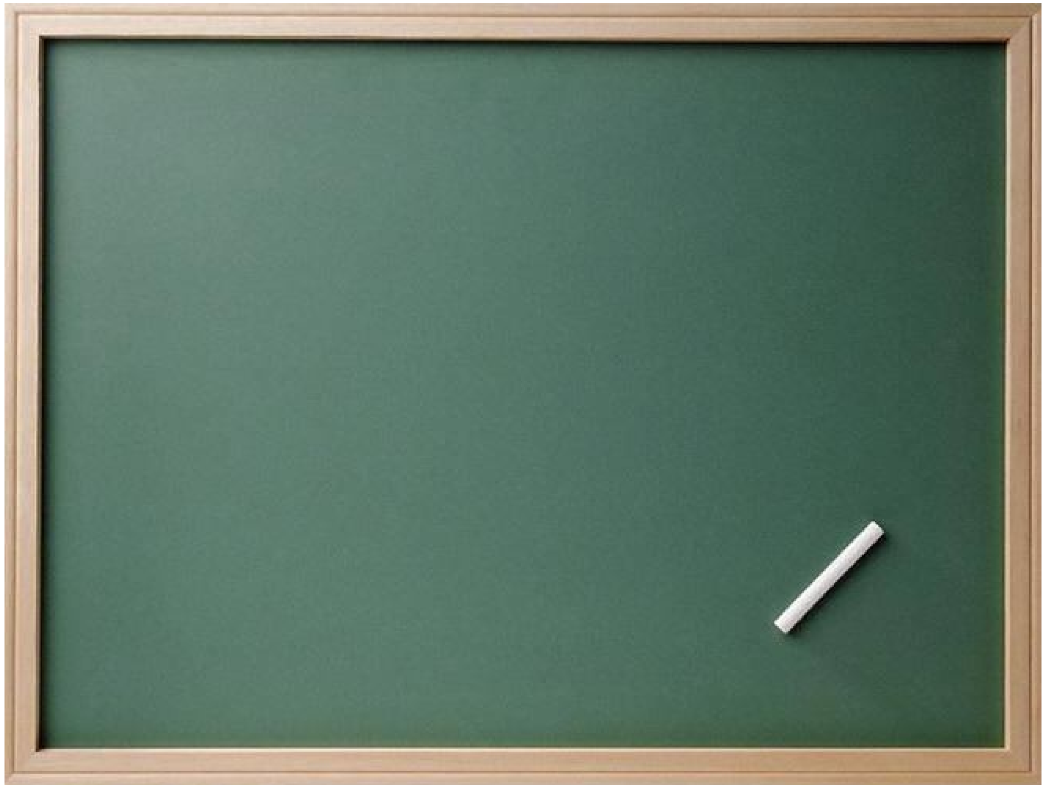
Curve di Probabilità Pluviometrica (CPP)

Una volta stimati i parametri è possibile entrare nella curva di probabilità pluviometrica caratterizzata da un certo tempo di ritorno e ricavare l'altezza di pioggia corrispondente a durate differenti da quelle considerate dal servizio idrografico.



Curve di Probabilità Pluviometrica (CPP)

applicazione



Curve di Probabilità Pluviometrica (CPP)

Utilizzando le serie storiche dei *massimi annuali* delle altezze di precipitazione di durata 1, 3, 6, 12, 24 ore registrate nella stazione di Riace, si vogliono costruire le curve di probabilità pluviometrica per i periodi di ritorno 50, 100, 500 anni, considerando il modello probabilistico di Gumbel.

I dati di partenza, riportati nella tabella 1, sono le serie storiche dei massimi annuali delle altezze di precipitazione di durata 1, 3, 6, 12, 24 ore registrate nel pluviografo di Riace ricavati dalla *Tabella III* – "Precipitazioni di massima intensità registrate ai pluviografi", della Parte Prima degli Annali Idrologici, sezione Pluviometria.

ANNO	P1ora	P3ore	P6ore	P12ore	P24ore
1937	72.00	74.20	74.60	74.60	74.60
1939	21.00	41.00	74.40	99.60	134.50
1940	20.40	31.20	35.80	55.00	87.00
1941	31.00	43.00	62.60	77.20	78.60
1943	40.00	61.00	86.40	157.00	180.00
1944	17.80	32.40	37.00	58.00	77.00
1945	19.20	24.00	33.20	50.60	57.60
1946	29.80	34.00	47.60	69.60	76.80
1947	39.80	64.00	76.00	88.60	126.00
1948	34.00	37.00	49.00	66.00	91.00
1949	37.00	46.00	53.00	75.00	96.60
1950	30.80	50.00	75.60	83.20	114.40
1951	40.00	80.00	140.00	240.00	313.00
1952	19.00	38.00	48.00	51.80	52.00
1954	39.00	46.00	51.00	51.40	57.20
1956	65.40	67.80	69.40	77.00	105.80
1957	52.00	80.80	91.20	102.00	139.60
1958	37.80	59.00	72.40	72.40	73.80
1959	32.00	44.00	58.00	67.60	85.00
1960	34.00	39.40	43.20	51.60	67.40
1962	31.40	38.00	38.80	38.80	38.80
1963	23.80	39.80	49.00	80.40	92.40
1964	90.00	112.00	192.00	200.20	200.80
1965	28.00	28.20	36.60	48.20	67.00
1966	55.40	89.80	90.20	90.80	97.20
1967	40.20	85.20	108.40	120.60	138.00
1968	16.60	32.60	38.20	45.70	58.60
1969	17.00	27.50	39.80	45.00	63.40
1970	19.50	29.00	39.60	51.80	84.40
1971	24.00	42.80	58.40	85.80	143.90
1972	34.20	38.40	64.00	114.00	199.60
1973	28.20	38.00	52.40	86.80	109.40
1974	36.00	47.40	47.40	66.00	70.20
1977	22.40	31.20	34.80	36.60	36.80
1978	31.20	54.60	57.00	72.20	82.00
1979	23.40	37.40	51.20	67.20	93.60
1980	36.20	59.40	72.80	83.20	128.80
1982	34.80	56.20	70.40	104.80	143.20
1983	25.20	57.60	72.40	88.40	104.00
1984	39.00	55.80	64.20	73.80	73.80
1985	19.20	36.00	40.60	54.60	70.60
1986	19.00	35.60	38.40	70.80	127.40
1987	26.40	42.40	42.80	42.80	42.80

Curve di Probabilità Pluviometrica (CPP)

A ciascuna serie deve essere adattato il modello probabilistico di Gumbel, caratterizzato dalla seguente espressione per la CDF:

$$\boxed{F_X(x) = e^{-e^{-\alpha(x-\varepsilon)}}}$$

in cui α ed ε sono parametri da stimare.

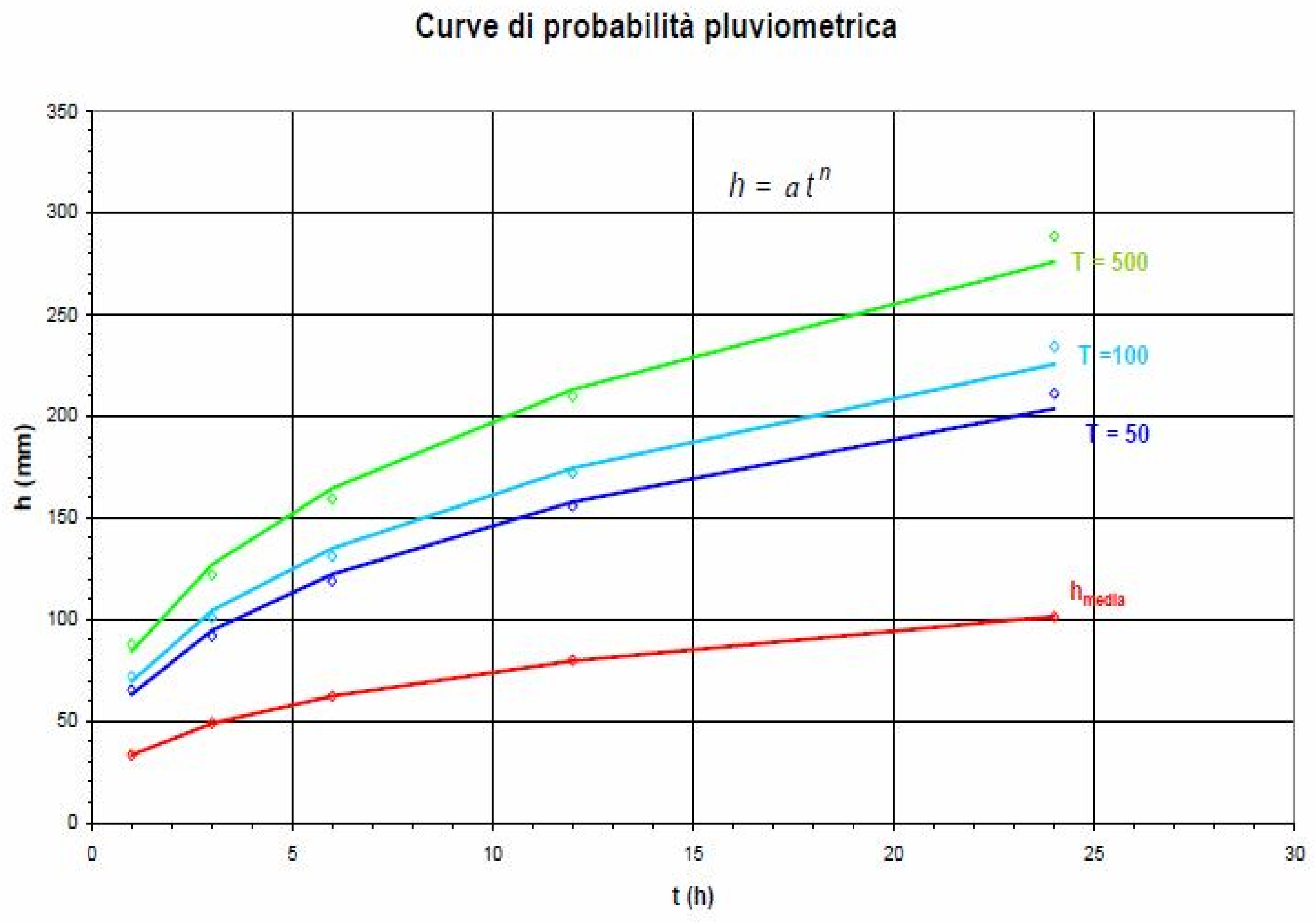
La stima dei parametri può essere effettuata attraverso il **metodo dei momenti** o il **metodo della massima verosimiglianza**.

Alla base del primo metodo sta l'ipotesi che i momenti relativi al campione siano la migliore stima dei corrispondenti momenti della popolazione. Nella tabella 2 sono riportati i valori dei parametri ottenuti con questo approccio.

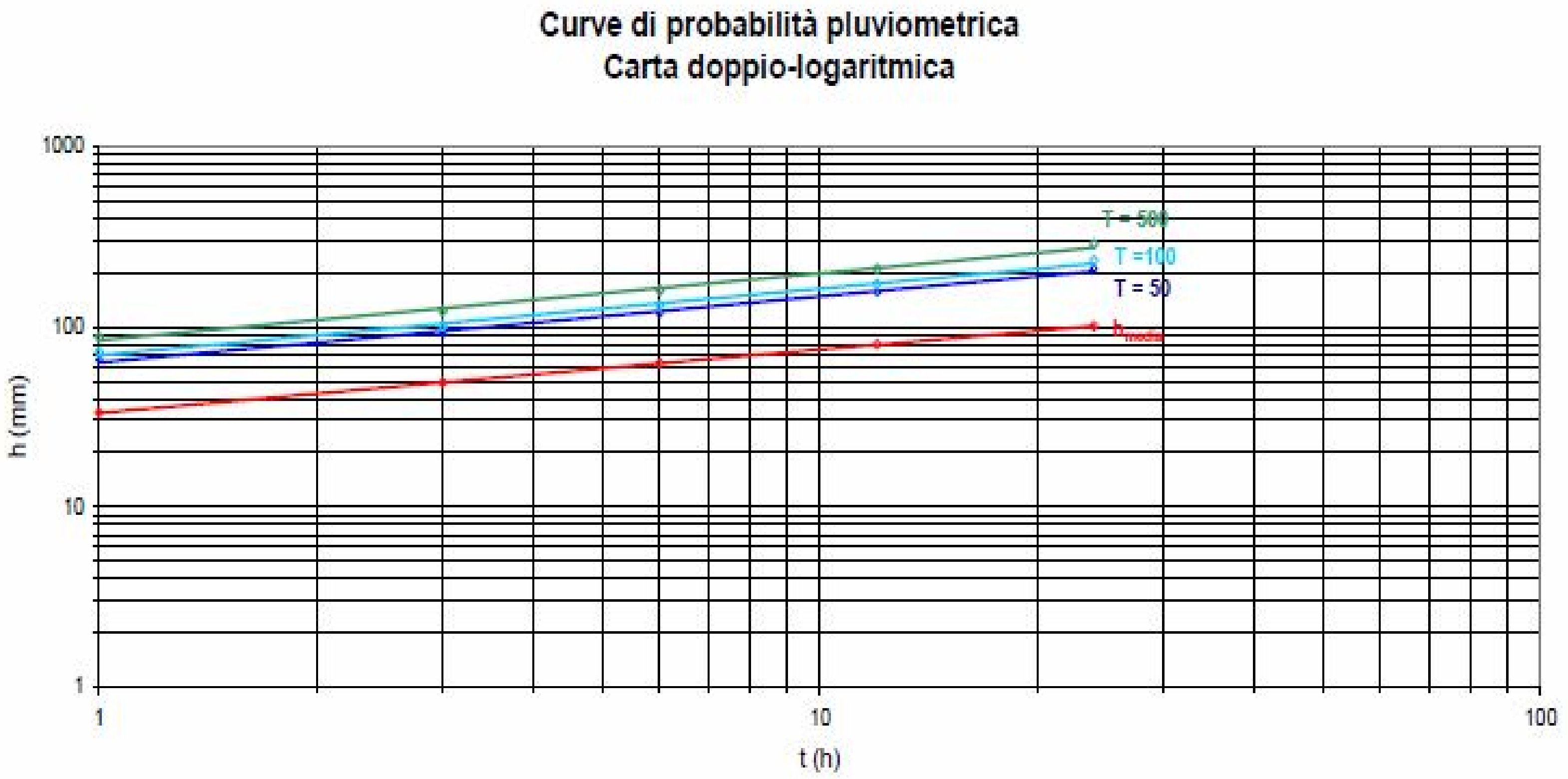
Curve di Probabilità Pluviometrica (CPP)

1 ORA	$\mu = \bar{x} = 33.327$	$\sigma = s = 15.097$	$\alpha = \sqrt{\frac{1.645}{\sigma^2}} = 0.08$	$\varepsilon = \mu - \frac{0.577}{\alpha} = 26.54$
3 ORE	$\mu = \bar{x} = 49.016$	$\sigma = s = 19.220$	$\alpha = \sqrt{\frac{1.645}{\sigma^2}} = 0.07$	$\varepsilon = \mu - \frac{0.577}{\alpha} = 40.37$
6 ORE	$\mu = \bar{x} = 62.274$	$\sigma = s = 29.808$	$\alpha = \sqrt{\frac{1.645}{\sigma^2}} = 0.04$	$\varepsilon = \mu - \frac{0.577}{\alpha} = 48.86$
12 ORE	$\mu = \bar{x} = 79.923$	$\sigma = s = 39.631$	$\alpha = \sqrt{\frac{1.645}{\sigma^2}} = 0.03$	$\varepsilon = \mu - \frac{0.577}{\alpha} = 62.09$
24 ORE	$\mu = \bar{x} = 101.270$	$\sigma = s = 51.405$	$\alpha = \sqrt{\frac{1.645}{\sigma^2}} = 0.02$	$\varepsilon = \mu - \frac{0.577}{\alpha} = 78.14$

Curve di Probabilità Pluviometrica (CPP)



Curve di Probabilità Pluviometrica (CPP)



Tempo di Ritorno

Tempo di ritorno

Si definisce "tempo di ritorno" $T(x)$ il numero di intervalli di tempo che, mediamente in senso statistico, intercorre tra due eventi in cui viene raggiunto o superato il prefissato valore di soglia x della variabile aleatoria considerata.

- Per molte applicazioni di carattere idrologico (sebbene non per tutte) il tempo di ritorno $T(x)$ viene espresso in anni: è il caso, ad esempio, della massima portata annua in una sezione fluviale.

Si può dimostrare che, per una variabile aleatoria x, tra la probabilità di non superamento $P(x)$ in un singolo intervallo di tempo (cioè, per molte applicazioni idrologiche, in un singolo anno), la probabilità di superamento in un singolo intervallo di tempo $P'(x) = 1 - P(x)$ e il tempo di ritorno $T(x)$ sussiste il legame:

$$T(x) = \frac{1}{P'(x)} = \frac{1}{1 - P(x)}$$

- In particolare tale dimostrazione poggia sulla definizione di probabilità totale per eventi indipendenti: infatti su T intervalli di tempo, cioè su T realizzazioni della variabile aleatoria x, la probabilità totale pari a 1 di uguagliare o superare il valore di soglia x almeno una volta è data, mediamente in senso statistico, da $1 = P' \cdot T$.
- Se ad esempio la probabilità di superamento è $P'(x) = 2\%$ allora il corrispondente tempo di ritorno è $T(x) = 50$ anni.

Tempo di Ritorno

Hydrology 1 / Idrologia 1

Return period / Tempo di ritorno

Generalized design criteria for water-control structures /
Criteri generali di progetto delle strutture per il controllo delle acque

Type of structure / Tipo di struttura	Characteristics / Caratteristiche	Return period [years] / Tempo di ritorno [anni]
Highway and railway culverts / Tombini di strade, autostr., ferrovie	Low traffic / Traffico scarso	5 ÷ 10
	Intermediate traffic / Traffico medio	10 ÷ 25
	High traffic / Traffico intenso	50 ÷ 100
Highway and railway bridges / Ponti di strade, autostr., ferrovie	Secondary system / Sistema secondario	10 ÷ 50
	Primary system / Sistema primario	50 ÷ 100
Farm drainage / Drenaggio rurale	Culverts / Tombini	5 ÷ 50
	Ditches / Canali di bonifica	5 ÷ 50
Urban drainage / Drenaggio urbano	Storm sewers / Condotti misti o meteorici	2 ÷ 25
	Flood storage tanks / Vasche laminazione	25 ÷ 50
Airfields / Campi aeroportuali	Low traffic / Traffico scarso	5 ÷ 10
	Intermediate traffic / Traffico medio	10 ÷ 25
	High traffic / Traffico intenso	50 ÷ 100
Levees / Argini	On farms / In zona rurale	2 ÷ 50
	Around cities / In zona urbanizzata	50 ÷ 200
River flooding / Piene fluviali	Flood storage tanks / Casse d'espansione	50 ÷ 200
Dams / Dighe	Small dams / Piccole dighe	> 100
	Intermediate dams / Dighe medie	> 500
	Large dams / Grandi dighe	> 1000

Rischio idrologico

Hydrological risk / Rischio idrologico

It is defined "hydrological risk" or "risk of failure in N years" $R(N, T(x))$ the probabilty that in N years it is reached or overtopped the threshold value x of the random variable which corresponds to a return period $T(x)$. /
Si definisce "rischio idrologico" o "rischio d'insufficienza in N anni" $R(N, T(x))$ la probabilità che in N anni venga uguagliato o superato il prefissato valore di soglia x della variabile aleatoria considerata, il quale ha tempo di ritorno $T(x)$.

The expression of the risk of failure, as for the compound probability of indipendent trials the probability of non exceedence of the given threshold in N years is represented by $[P(x)]^N$, is given by /
L'espressione del rischio d'insufficienza, poiché per eventi indipendenti la probabilità composta di non superamento in N anni del prefissato valore di soglia x è rappresenta da $[P(x)]^N$, è data da:

$$R(N,T(x)) = 1-[P(x)]^N = 1-[1-P'(x)]^N = 1-\left[1-\frac{1}{T(x)}\right]^N$$

- If, for example, the probability of exceeding is $P'(x) = 2\%$ and $N = 20$ anni then / Se ad esempio la probabilità di superamento è ancora $P'(x) = 2\%$ e si considera $N = 20$ anni si ricava: $R(N = 20 \text{ anni}, T = 50 \text{ anni}) = 1 - [1 - 0.02]^N = 33\%$.