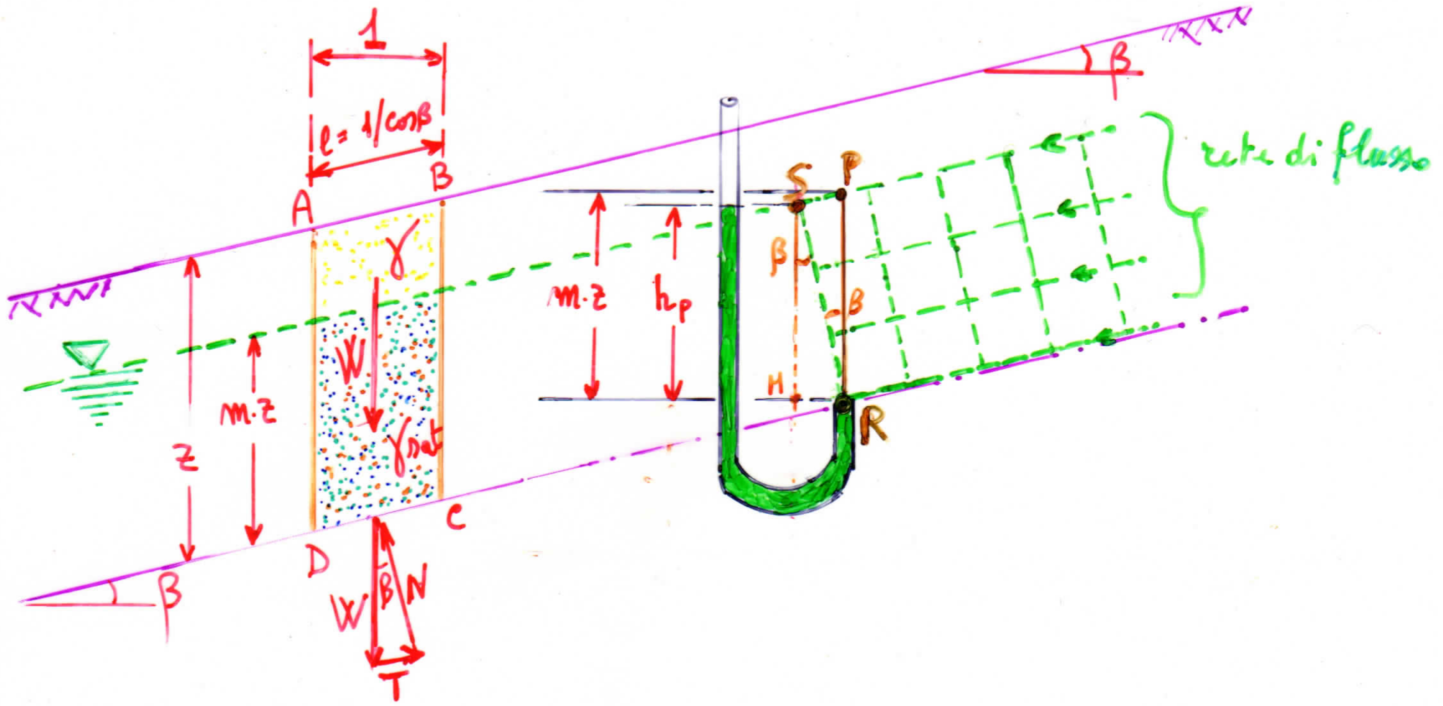
ANALISI DELLA STABILITÀ PER FILTRAZIONE PARALLELA AL PENDIO

Si consideri un pendio uniforme d'inclinazione β ed un piano di potenziale scorrimento parallelo al pendio ed a profondità z. La superficie di falda sia parallela al pendio e ad altezza $m \cdot z$ $(0 \leq m \leq 1)$ rispetto al piano di potenziale scorrimento.



In termini di sforzi efficaci, la resistenza al taglio del terreno lungo il piano di potenziale scorrimento è

$$\tau_f = c' + (\sigma - u)\tan\phi' \qquad 1)$$

mentre, in condizioni non drenate ed in termini di tensioni totali,

$$\tau_f = c_u \qquad (\phi_u = 0) \qquad 1')$$

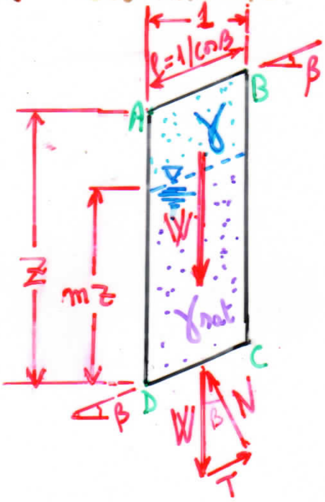
Il fattore di sicurezza è dato da

$$F = \frac{\tau_f}{\tau_m} = \frac{\tau_f}{\tau} \qquad 2)$$

La pressione interstiziale in un generico punto R del piano di scorrimento è data da:

$$u = \gamma_w \cdot h_p = \gamma_w \cdot m z \cos^2\beta \qquad 3)$$

Dall'equilibrio del concio ABCD lungo il piano di scorrimento e perpendicolarmente ad esso:



4) $$N = W\cos\beta \quad e \quad T = W\sin\beta,$$

W essendo il peso del concio di spessore unitario anche nella direzione del pendio.

5) $$W = (z - mz)\gamma + mz\gamma_{sat} = \left[(1-m)\gamma + m\gamma_{sat}\right] z$$

$\therefore$

$$\sigma = \frac{N}{\ell} = \frac{W\cos\beta}{1/\cos\beta} = \left[(1-m)\gamma + m\gamma_{sat}\right] z \cos^2\beta \qquad 6)$$

$$\tau = \frac{T}{\ell} = \frac{W\sin\beta}{1/\cos\beta} = \left[(1-m)\gamma + m\gamma_{sat}\right] z \sin\beta\cos\beta \qquad 7)$$

da cui, nel caso generale di un terreno $c'-\phi'$,

$$F = \frac{\tau_f}{\tau} = \frac{c' + (\sigma - u)\tan\phi'}{\tau} = \frac{c' + \left[(1-m)\gamma + m\gamma'\right] z\cos^2\beta\tan\phi'}{\left[(1-m)\gamma + m\gamma_{sat}\right] z\sin\beta\cos\beta} \qquad 8)$$

Dove $\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$

In ispecie se presenti effetti di capillarità, si può assumere

$$\gamma_{sat} \simeq \gamma$$

e le eqq. 6) e 7) divengono:

$$\sigma = \gamma z \cos^2\beta \qquad 6')$$

$$\tau = \gamma z \sin\beta \cos\beta \qquad 7')$$

$$\boxed{\tau_f = c' + (\sigma - u)\tan\phi'}$$

$$F = \frac{\tau_f}{\tau} = \frac{c' + (\gamma - m\gamma_w) z \cos^2\beta \tan\phi'}{\gamma z \sin\beta \cos\beta} \qquad 8')$$

mentre, per la condizione $\phi_u = 0$,

$$\boxed{\tau_f = c_u \,,\ \phi_u = 0}$$

$$F = \frac{\tau_f}{\tau} = \frac{c_u}{\gamma z \sin\beta \cos\beta} \qquad 8'')$$

CASI PARTICOLARI

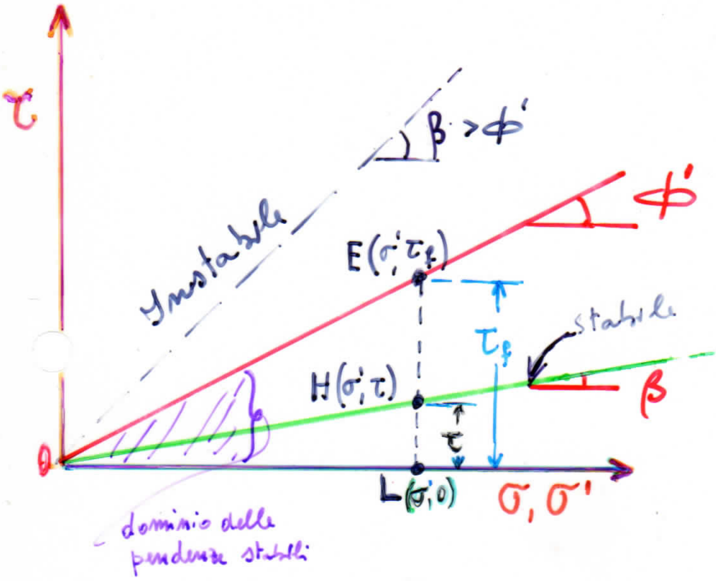
A) Terreno attritivo ($c' = 0$). L'eq. 8' diventa:

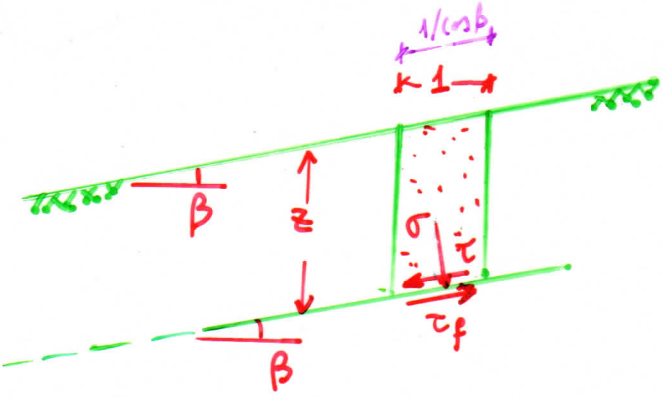
$$F = \frac{(\gamma - m\gamma_w)}{\gamma} \frac{\tan\phi'}{\tan\beta} \qquad 9)$$

In questa formula non compare la profondità z del piano di scorrimento, per cui la rottura può realizzarsi a qualsiasi profondità. In realtà, il materiale che si muove è una coltre di piccolo spessore (superficiale) in conseguenza di un graduale aumento, con la profondità, dell'angolo ϕ' a causa della compattazione del terreno per peso proprio o di minore degradazione del terreno medesimo.

a) terreno allo stato secco o con falda molto profonda. Essendo $m = 0$,

$$F = \frac{\tan\phi'}{\tan\beta} \qquad (10)$$





$$\sigma' \equiv \sigma = \gamma z \cos^2\beta$$
$$\tau = \gamma z \sin\beta \cos\beta$$

$$F = \frac{\tau_f}{\tau} = \frac{\overline{EL}}{\overline{HL}} = \frac{\tan\phi'}{\tan\beta} > 1$$

Perciò, se $\beta < \phi'$, non viene raggiunto nessuno stato critico di sollecitazione a qualsiasi profondità ed il pendio è stabile. L'instabilità viene raggiunta allorchè $\beta = \phi'$.

= tensioni in un punto su di un piano // al pendio. Riportando queste tensioni in un piano σ, τ, poichè $\tau/\sigma = \tan\beta$, il punto $H(\sigma;\tau)$ viene a trovarsi su di una retta formante l'angolo β con l'asse delle σ. Perchè il pendio sia stabile, deve essere $\beta < \phi'$.

ANGLE OF REPOSE OF SANDS

If we were to deposit a granular soil by pouring it from a single point above the ground, it would form a conical pile. As more and more granular material was deposited on the pile, the slope for a short period of time might appear to be steeper, but then the soil particles would slip and slide down the slope to the *angle of repose* (Fig. 12.1). This angle of the slope with respect to the horizontal plane would remain constant at some *minimum* value. Since this angle is the steepest *stable* slope for very loosely packed sand, the angle of repose represents the angle of internal friction of the granular material at its *loosest* state.

Sand dunes are an example from nature of the angle of repose. You may recall from Sec. 3.3.6 that sand dunes are landforms resulting from wind as a geologic process. Figure 12.2 shows how both a stationary dune (SD) and a migrating dune (MD) are formed. On the leeward side (LS), the slope of the dune will have an angle (of repose) which varies from 30° to 35°, depending on factors discussed later in this chapter. If the slope on the leeward side becomes steeper than 30° to 35°, then the slope is unstable and sand grains will roll down the slope until the angle of repose is reached. An unstable condition is shown on the slope at the far right-hand side of Fig. 12.2; eventually a smooth slope at the angle of repose will form.

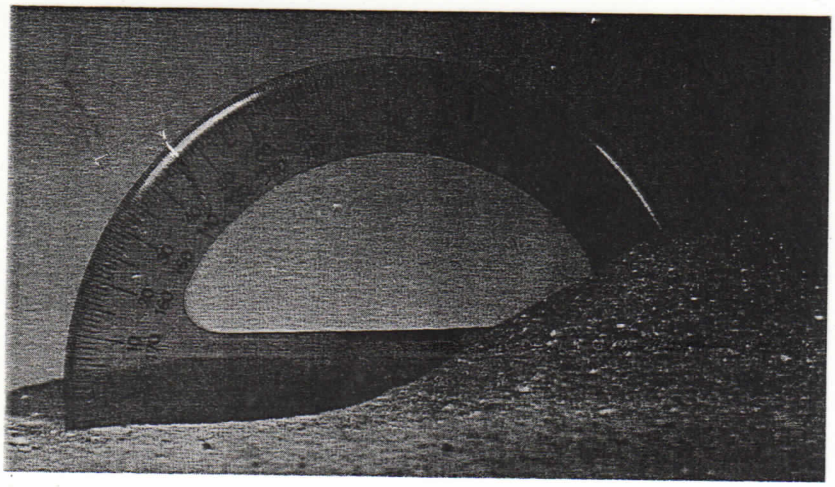


FIGURE 12.1 Illustration of the angle of repose (photograph by M. Surrendra).

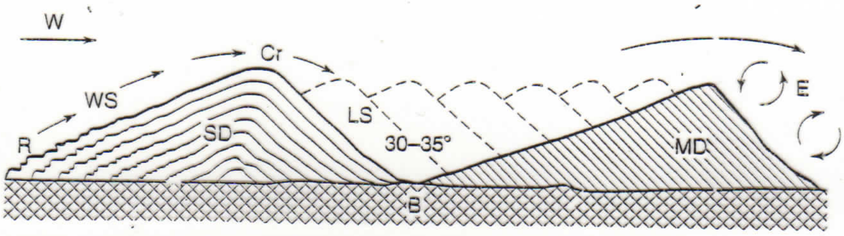
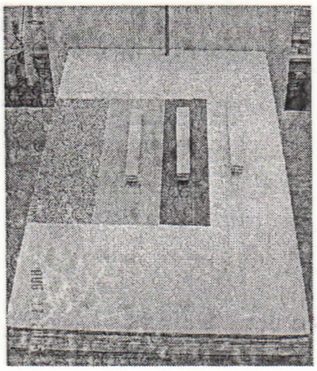


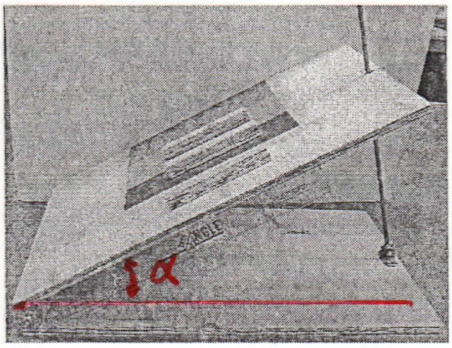
FIGURE 12.2 Formation of sand dunes and illustration of the angle of repose (after von Bandat, 1962). Deposition of sand by wind. Ideal structure of stationary or fixed dunes (SD) and migrating live dunes (MD). The arrows indicate the direction of air currents (W). E shows eddies. WS is the windward slope of the dune, LS the leeward, or down-wind slope. R mark ripples, and Cr is the crest of the dune. Dashed lines show the former positions of live dune MD. B is the base rock (after A. Holmes).

The angle of repose depends on the type of materials and other factors, and it represents the angle of internal friction or shearing resistance ϕ at its loosest state. Recall that the terms *loose* or *dense* are only relative terms (see Sec. 4.9), especially with respect to their behavior in shear. As we shall soon see, the stress-strain and volume change response depends on the confining pressure as well as on the index density. Note that in Section 5.5.1 we defined the relative density, D_r, sometimes referred to as the index density.

Determination of Coefficient of Friction

Since the values of coefficient of friction (μ) between the different materials (wood on wood or sand paper on sand paper) were not given, students first had to assess such values. As a result, a friction table was designed for this purpose. As shown in Figure 3, the table has a board that can be inclined by rotation about one axis. The upper surface of the inclined board is divided into zones with different grits of sand paper glued on. In order to assess the coefficient of friction between two surfaces, one would place a wooden block, with the appropriate surface (wood, fine or medium grit sand paper) on the similar surface on the inclined board and slowly raise the inclined board until the block starts to move. Once the block moves, the inclined board is locked in place and a measurement of the angle of inclination with the horizontal is made. A free body diagram of the forces acting on the wooden block is shown in Figure 4.





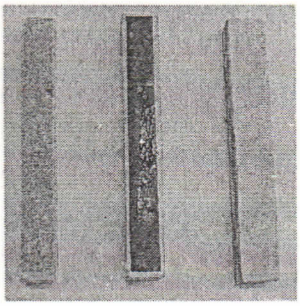


Figure 3. Friction table and sample blocks for coefficient of friction assessment

FOS = factor of safety

$$FOS = \frac{Resisting\ force}{Driving\ Force} = \frac{T_f}{T}$$

$$T_f = N\mu = N\tan\phi \qquad \phi = friction\ angle$$

$$N = W\cos\alpha$$

$$T = W\sin\alpha$$

$$FOS = \frac{N\tan\phi}{T} = \frac{(W\cos\alpha)\tan\phi}{W\sin\alpha} = \frac{\tan\phi}{\tan\alpha}$$

At Slip $FOS = 1$

$$T_f = T$$

$$\mu = \tan\phi = \tan\alpha_f$$

$$\phi = \alpha_f$$

$$(\alpha_f = \alpha \text{ when slips occurs})$$

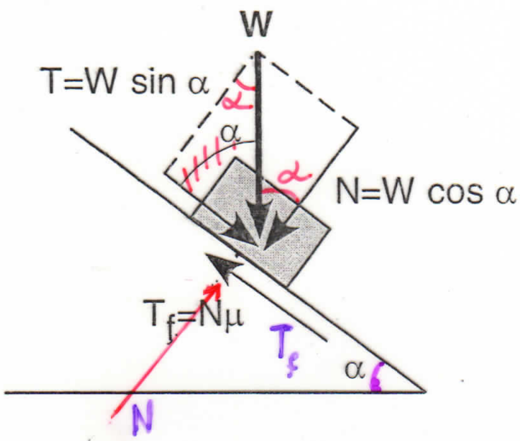


Figure . Free body diagram of the forces acting on a block

Therefore, by measuring α at which slip occurs, we can assess the coefficient of friction (μ) or tan ϕ between the two surfaces by means of the following equation:

$\mu = \tan\alpha_f$

where α_f is the angle of inclination at first movement.

- 20 ter -

b) pelo di falda coincidente col profilo del pendio. (ad es., sabbia o argilla NC satura con filtrazione completa). Poichè $m = 1$,

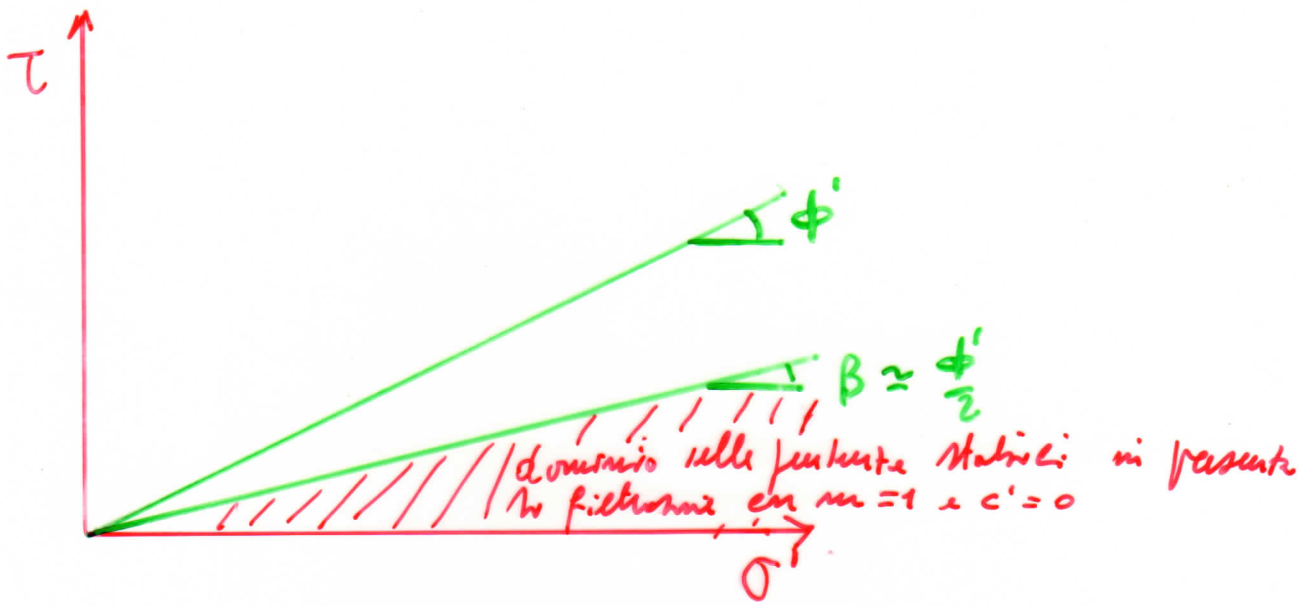
$$F = \frac{\gamma - \gamma_w}{\gamma} \frac{\tan \phi'}{\tan \beta} = \frac{\gamma'}{\gamma} \frac{\tan \phi'}{\tan \beta} \qquad 1b)$$

Tipicamente il rapporto γ'/γ ha un valore dell'ordine di 0.5, per cui

$$F \simeq \frac{1}{2} \frac{\tan \phi'}{\tan \beta}$$

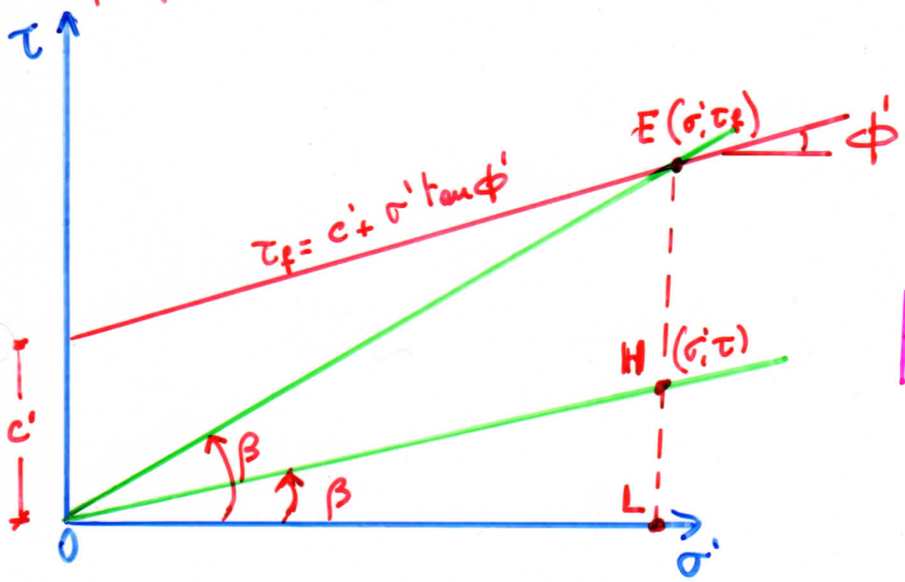
Se ϕ' è piccolo (ad es. in condizioni residue) è lecito esprimere la condizione limite ($F = 1$) come

$$\beta \simeq \frac{1}{2} \phi'$$



B) Terreno attritivo e coesivo ($c' \neq 0$, $\phi' \neq 0$).

Come mostra l'eq. 8), il fattore di sicurezza di un pendio in questo terreno dipende sia da c' che dalla profondità z.



$$F = \frac{\tau_f}{\tau} = \frac{\overline{EL}}{\overline{HL}}$$

- $\beta < \phi'$ $\Rightarrow$ lo stato di sollecitazione non diviene critico a nessuna profondità

- $\beta > \phi'$ $\Rightarrow$ l'inviluppo di rottura viene intersecato nel punto E. Condizioni di equilibrio limite ($F = 1$, $\tau_f = \tau$) alla profondità corrispondente a detto punto. Per profondità ancora maggiori, il pendio non può essere stabile.

PERCIÒ, SE $\beta > \phi'$, SI HA STABILITÀ SOLO PER PROFONDITÀ LIMITATE E COMUNQUE INFERIORI AD UN CERTO VALORE z_c (PROFONDITÀ CRITICA).

La profondità critica si ottiene ponendo $F=1$ (cioè $\tau_f = \tau$, punto E) nell'equazione

$$F = \frac{c' + (\gamma - m\gamma_w) z \cos^2\beta \tan\phi'}{\gamma z \sin\beta \cos\beta} \qquad 8')$$

da cui

$$z = z_c = \frac{c'}{\left[\gamma \sin\beta \cos\beta - (\gamma - m\gamma_w)\cos^2\beta \tan\phi'\right]} \qquad 11)$$

∴ $m = 0$,

$$z_c = \frac{c'}{\gamma} \frac{1}{\cos^2\beta(\tan\beta - \tan\phi')}$$

$m = 1$,

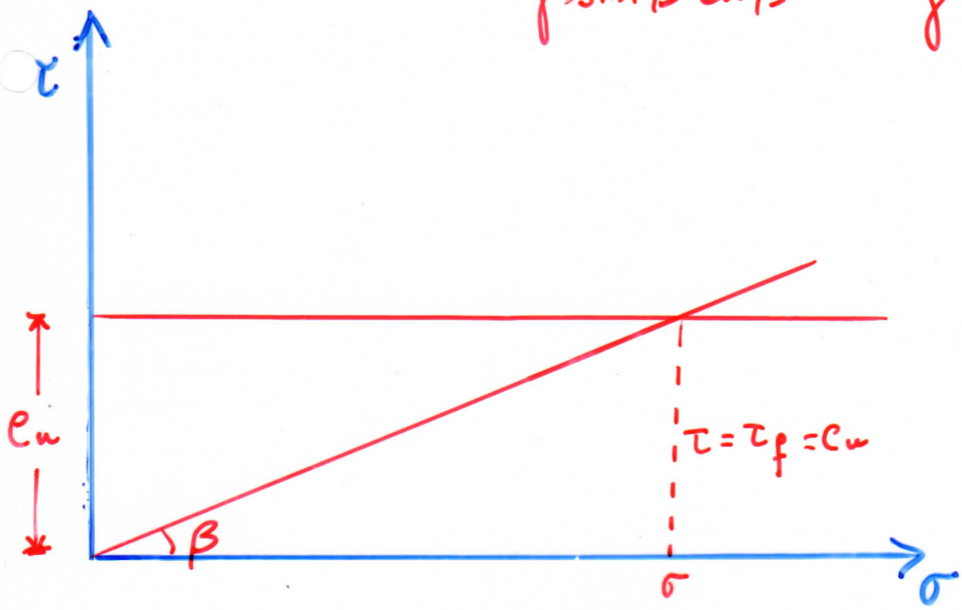
$$z_c = \frac{c'}{\cos^2\beta(\gamma \tan\beta - \gamma' \tan\phi')}$$

Come già visto, nella condizione $\phi_u = 0$, si ha

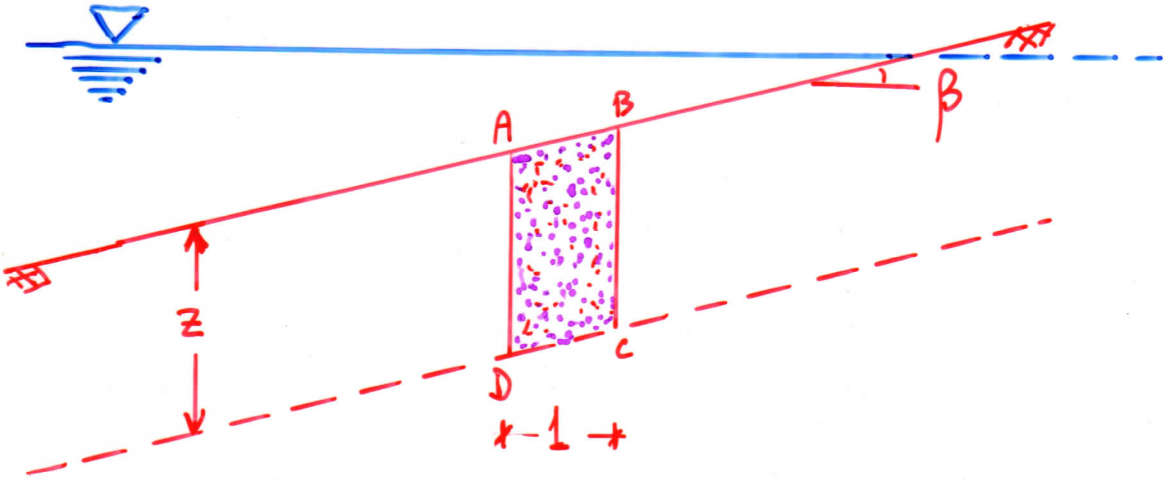
$$F = \frac{c_u}{\gamma z \sin\beta \cos\beta}$$

da cui si ricava che il pendio è stabile per ogni pendenza $\tan\beta$ purché

$$z < z_c = \frac{c_u}{\gamma \sin\beta \cos\beta} = \frac{2 c_u}{\gamma \sin 2\beta}$$



Pendio sommerso



Se il pendio è completamente sommerso ~~da acqua~~ e non è sede di moti di filtrazione, per il principio di Archimede il peso efficace del concio ABCD è dato da:

$$W = 1 \cdot \gamma \cdot z - 1 \cdot \gamma_w \cdot z = \gamma' z$$

$$N' = \gamma' z \cos\beta \quad , \quad T = \gamma' z \sin\beta$$

$$\sigma' = \gamma' z \cos^2\beta \quad , \quad \tau = \gamma' z \sin\beta \cos\beta$$

$$F = \frac{\tau_f}{\tau} = \frac{c' + \sigma' \tan\phi'}{\tau} = \frac{c'}{\gamma' z \sin\beta \cos\beta} + \frac{\tan\phi'}{\tan\beta}$$

Notare che, se $c' = 0$,

$$F = \frac{\tan\phi'}{\tan\beta}$$

(cfr Pendio Asciutto con $c' = 0$)

IL RAPPORTO DI PRESSIONE NEUTRA r_u

I dati relativi alle pressioni neutre sulla superficie di scorrimento possono essere espressi implicitamente in termini di un parametro noto come rapporto della pressione neutra (pore pressure ratio) e definito da:

$$r_u = \frac{u}{\gamma z}$$

Questo parametro, introdotto da Bishop & Morgenstern (1960), è diventato di uso quasi universale nelle soluzioni per mezzo di abachi, ~~rapp~~ essendo un mezzo compatto, sintetico e sufficientemente accurato di rappresentazione delle informazioni sulle pressioni neutre lungo una superficie di scorrimento.
Dalla definizione di r_u deriva:

$$u = r_u \gamma z$$

Si è già visto che, nel caso del pendio indefinito,

$$u = \gamma_w m z \cos^2\beta \qquad (0 \leq m \leq 1)$$

$$r_u = \frac{m \gamma_w \cos^2\beta}{\gamma} \quad , \qquad m = \frac{\gamma r_u}{\gamma_w \cos^2\beta}$$

Quando $m = 1$ (falda al piano campagna),

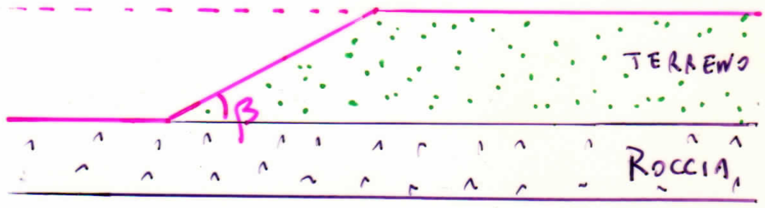
$$r_u = r_{u\,max} = \frac{\gamma_w}{\gamma} \cos^2\beta$$

Esempio n 1

Un lungo scavo impegna lo spessore di uno strato di terreno ($\gamma = 19\ kN/m^3$, $c' = 0$, $\phi' = 36°$) sovrastante ad uno strato lapideo. Si assuma che occasionalmente il livello di falda possa innalzarsi sino a coincidere col profilo del terreno, con filtrazione parallela al pendio. (a) Assumendo che la potenziale superficie di scorrimento sia parallela al pendio, determinare l'angolo di pendio β massimo che garantisca un fattore di sicurezza $F = 1.5$.

(b) Quale sarebbe il fattore di sicurezza del pendio con questo angolo di inclinazione se il livello di falda fosse al di sotto del contatto terreno-roccia?

Dati: $\gamma = 19\ kN/m^3$, $c' = 0$, $\phi' = 36°$



(a) Per livello di falda al piano campagna, il fattore di sicurezza è dato dall'eq. 9), imponendovi: $m = 1$:

$$F = \frac{(\gamma - \gamma_w)}{\gamma} \frac{\tan \phi'}{\tan \beta}$$

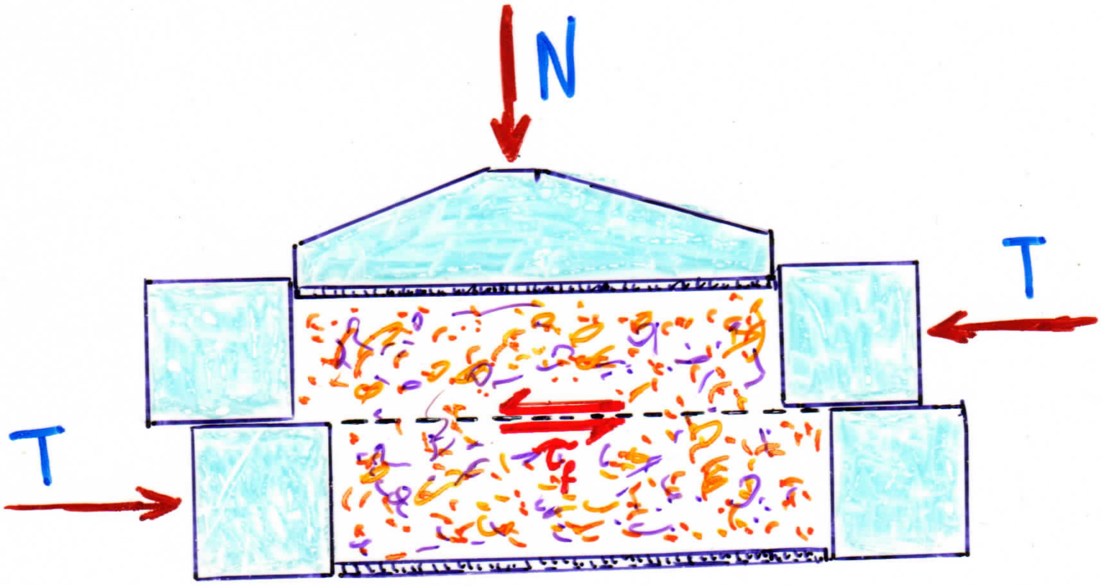
$$F = 1.5 \implies 1.5 = \frac{(19 - 9.8)}{19} \frac{\tan 36°}{\tan \beta} \implies \tan \beta = 0.234$$

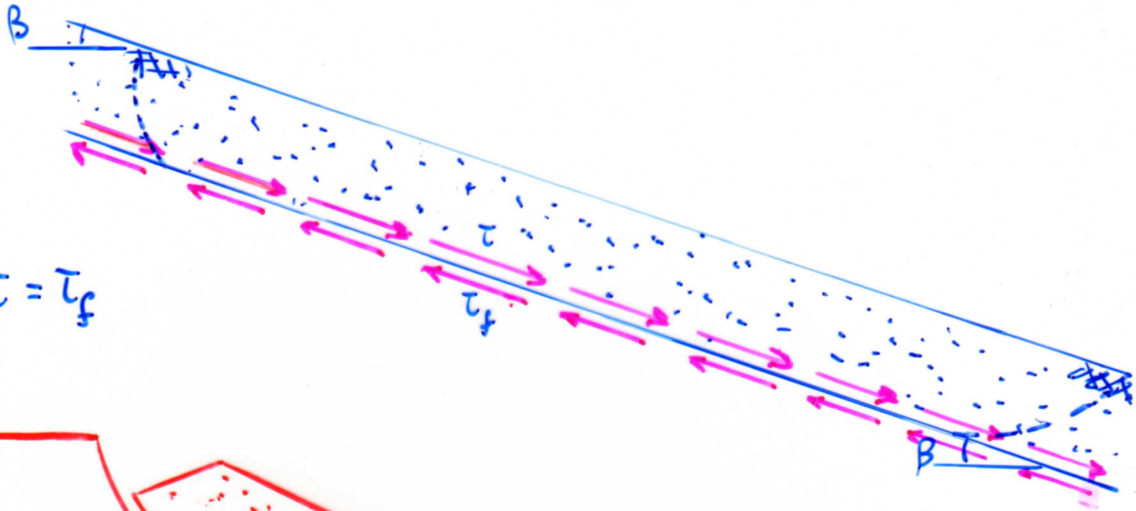
$$\therefore \quad \beta = 13°$$

(b) Per livello di falda più basso del contatto terreno-roccia, il fattore di sicurezza è dato dall'eq. 10) e cioè:

$$F = \frac{\tan \phi}{\tan \beta} = \frac{\tan 36°}{\tan 13°} = 3.1$$

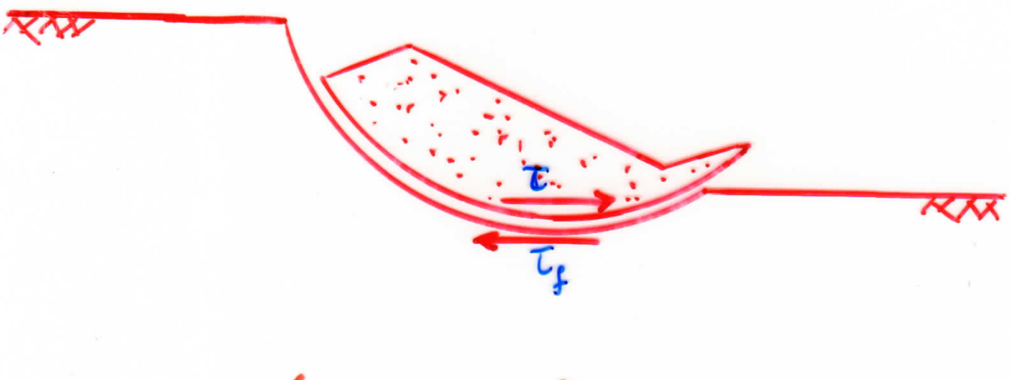
$$\sigma' = \frac{N}{A} \; , \; \tau = \frac{T}{A}$$





$$\begin{cases} F = \dfrac{\tau_f}{\tau} \\ F = 1 \Rightarrow \tau = \tau_f \end{cases}$$

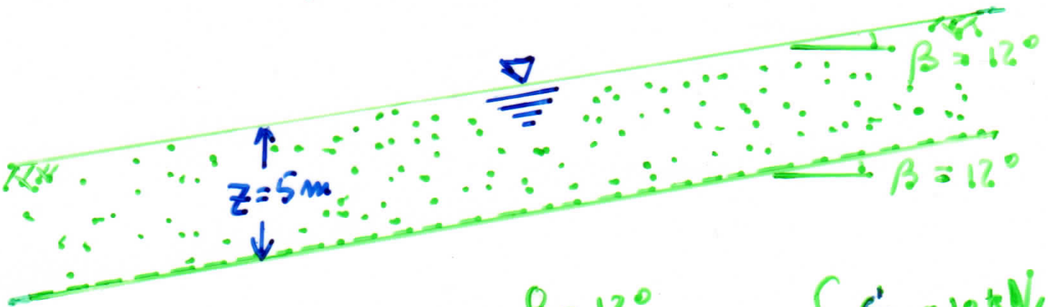
$\tau \equiv \tau_m$



$$\tau_f = c' + (\sigma - u)\tan\phi'$$

ESERCIZIO n. 1 bis

Un lungo pendio naturale in argilla sovraconsolidata fessurata è inclinato di $\beta = 12°$ sull'orizzontale. Il pelo di falda coincide col profilo del pendio e la filtrazione è, prossimamente, parallela al pendio.
Su questo pendio si è verificato uno scorrimento traslazionale lungo un piano parallelo alla superficie del pendio e profondo m 5.
Il peso dell'unità di volume (saturo) dell'argilla è 20 kN/m³.
I parametri di resistenza al taglio di picco e residua, determinati in laboratorio, sono risultati essere, rispettivamente, $c'_p = 10\ kN/m^2$, $\phi'_p = 26°$ e $c'_R \simeq 0$, $\phi'_R = 18°$.
Determinare il fattore di sicurezza del pendio.



$$\beta = 12° \qquad \gamma = \gamma_{sat} = 20\ kN/m^3 \qquad \begin{cases} c'_p = 10\ kN/m^2 \\ \phi'_p = 26° \end{cases} \quad \begin{cases} c'_R \simeq 0 \\ \phi'_R = 18° \end{cases}$$

Essendo $m = 1$ (falda affiorante in superficie), in ogni punto del piano di scorrimento si ha:

- $\sigma = \gamma z \cos^2\beta = 95.5\ kN/m^2$
- $\tau = \gamma z \sin\beta \cos\beta = 20.3\ kN/m^2$
- $u = \gamma_w z \cos^2\beta = 46.8\ kN/m^2$

a) PARAMETRI DI PICCO

$$F_P = \frac{\tau_f}{\tau} = \frac{c'_P + (\sigma - u)\tan\phi'_P}{\tau} = \frac{33.8}{20.3} = 1.66 \quad (>1, \text{ pendio stabile})$$

b) PARAMETRI RESIDUI

$$F_R = \frac{\tau_f}{\tau} = \frac{\gamma'}{\gamma}\frac{\tan\phi'_R}{\tan\beta} = \frac{10.2}{20}\cdot\frac{\tan 18°}{\tan 12°} = 0.78 \quad (<1)$$

COMUNQUE, LA ROTTURA SI È VERIFICATA E, QUANDO IL PENDIO SI È MOSSO, $F = 1$.
CIÒ CONDUCE ALL'IDEA DELLA "BACK ANALYSIS"

$$F = \frac{\tau_f}{\tau} = 1 \Rightarrow \boxed{\tau_f = \tau}$$

ovvero

$$\tau_f = c' + (\sigma - u)\tan\phi' = \tau$$

in cui, utilizzando i valori di σ, τ, u già ricavati (per $m = 1$),

$$\Rightarrow c' + 48.7 \tan\phi' = 20.3$$

L'equazione ottenuta presenta due incognite: si può ottenere il valore di uno dei parametri se l'altro è noto o viene assunto.

Si assuma che dallo studio della frana è risultato trattarsi di una riattivazione o ripresa di movimento lungo una superficie di rottura preesistente.
Essendo le condizioni di resistenza quelle residue,

$$c' = c'_R = 0$$

$$\Longrightarrow \tan\phi' = \frac{20.3}{48.7} = 0.42 \Rightarrow \phi' = 22.6°$$

$\phi' = 22.6° =$ Angolo di resistenza al taglio operativo in situ
(se sono sicuro che all'atto del franamento era $m = 1$)

Questo angolo globale ricavato da una prova in scala 1:1 tiene conto degli effetti di: eterogeneità ed anisotropia del materiale, rottura progressiva e dipendenza dal tempo.

d) STABILIZZAZIONE DELLA FRANA (ad esempio, attraverso abbattimento della falda con trincee drenanti).

$$c' = 0 \Longrightarrow \quad F = \left(1 - m \frac{\gamma_w}{\gamma}\right) \frac{\tan\phi'}{\tan\beta}$$

Nelle condizioni iniziali di equilibrio limite ($F=1$), la falda era al p.c.

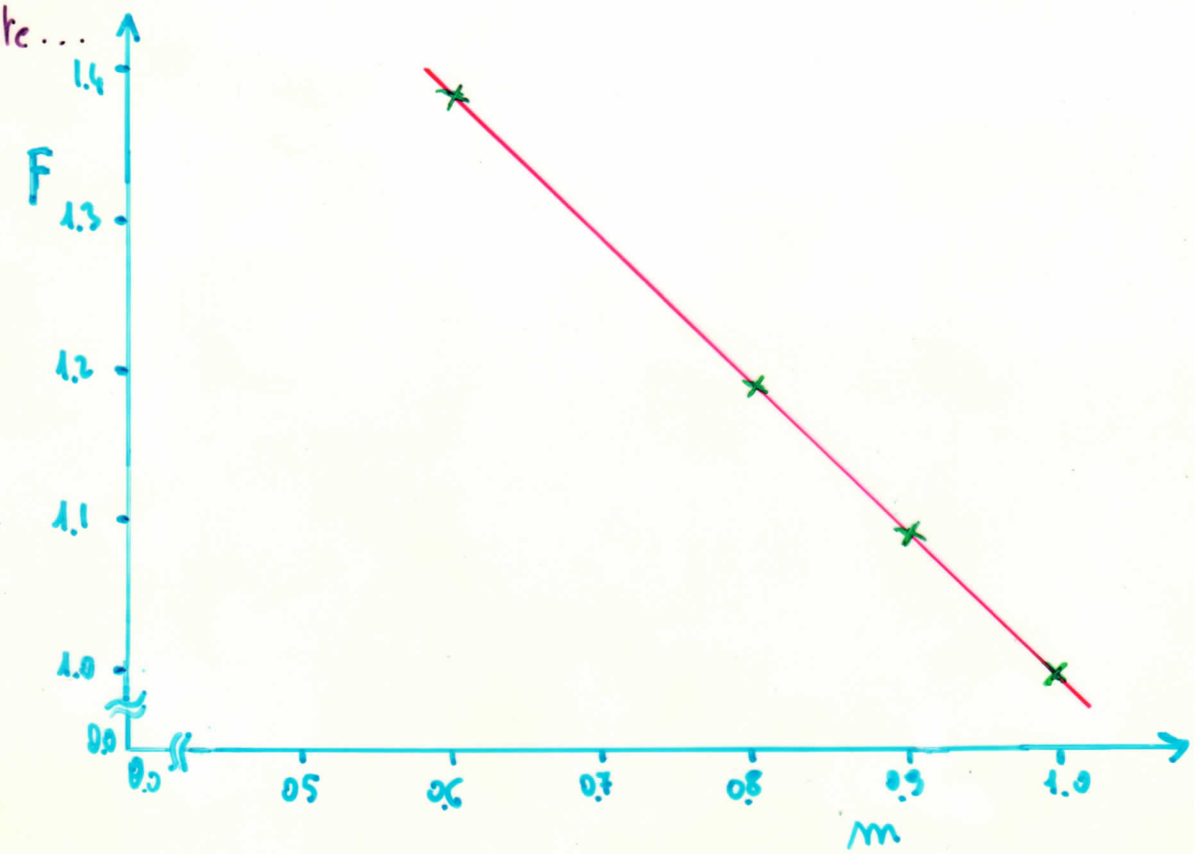
Perciò $m = 1 \Rightarrow F = 1$

Abbattendo la falda di 0.5 m, ovvero realizzando $m = 0.9 \Rightarrow F = 1.09$

" " 1 m " " $m = 0.8 \Rightarrow F = 1.19$

" " 2 m " " $m = 0.6 \Rightarrow F = 1.38$

etc...

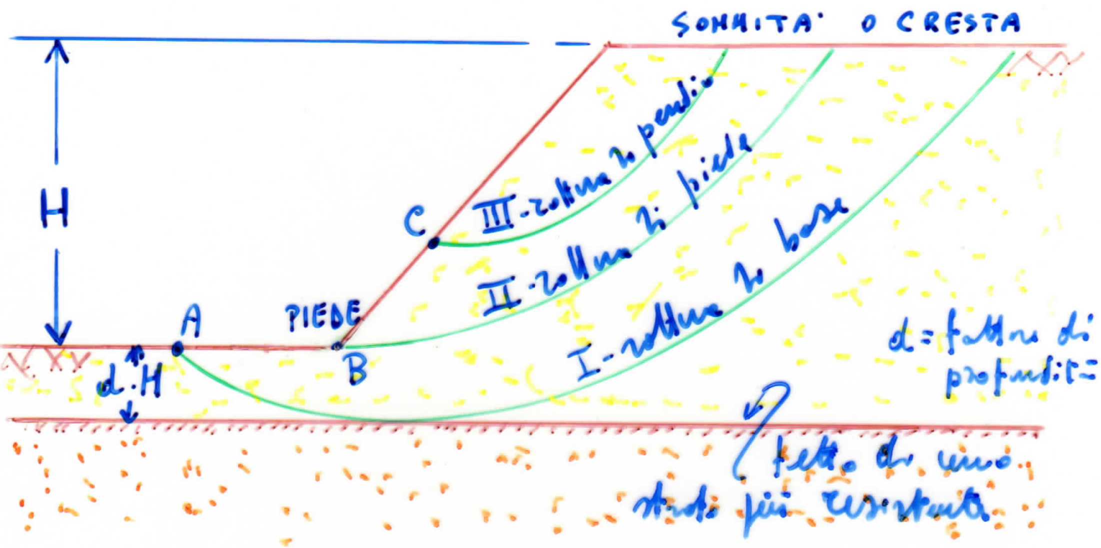


IL PENDIO FINITO

Il franamento di pendii finiti in terreno coesivo si manifesta, di solito, con superfici curve. La forma di queste più comunemente assunta nelle schematizzazioni di calcolo è cilindrico-circolare[1] (e, in sezione, un arco di cerchio). Essa semplifica l'analisi di stabilità e non si discosta di molto dalla forma reale osservata in natura.

Le superfici circolari si sono dimostrate utili non solo nel caso dei terreni, ma vengono usate anche negli studi di stabilità in rocce tenere le cui proprietà meccaniche non siano dominate da caratteri strutturali e discontinuità.

Nei pendii in terra ci sono tre forme fondamentali di rottura: di base, di piede e di pendio.



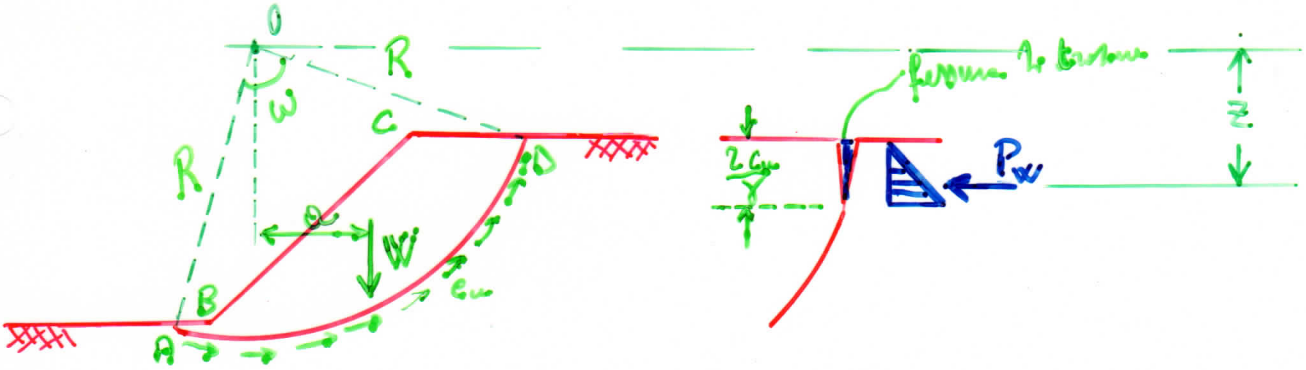
Nel caso I la superficie di rottura interseca il terreno a qualche distanza oltre il piede (punto A).

(1) Quest'assunzione venne introdotta da Petterson e Hultin nel 1916.

Nel secondo caso, il più frequente, essa passa per il piede (punto B), mentre nel caso di rottura di pendio essa interseca il pendio al disopra del suo piede.
Una rottura di base è indicativa di terreno relativamente poco resistente al disotto del piede; se a piccola profondità è presente uno strato più resistente, la superficie di rottura è spesso tangente al tetto di quello strato.

ANALISI $\phi_u = 0$

Dovuta a Fellenius (1918), questa analisi in termini di sforzi totali è applicabile al caso di argille sature in condizioni non drenate (stabilità di breve termine o condizione di fine costruzione).
Il terreno viene assunto omogeneo ed isotropo e la superficie potenziale di scorrimento cilindrico-circolare.
Viene considerato un certo numero (teoricamente: ∞^3) di cerchi - con differenti centri e raggi - e se ne calcolano i relativi fattori di sicurezza. Il cerchio al quale corrisponde il più basso valore del fattore di sicurezza è il cerchio critico.



W = peso, per unità di spessore, della massa ABCDA

$s = R \cdot \omega$ = lunghezza della superficie di scorrimento = $\widehat{AD}$

τ_m = resistenza necessaria per l'equilibrio limite

Equilibrio alla rotazione attorno ad O :

$$W \cdot a = \tau_m \cdot s \cdot R$$

$$\therefore \quad \tau_m = \frac{W \cdot a}{s \cdot R}$$

Inoltre, essendo $\phi_u = 0$, $\tau_f \equiv c_u$. Da cui :

$$\tau_m = \frac{\tau_f}{F} = \frac{c_u}{F}$$

$$\therefore \quad F = \frac{c_u}{\tau_m} = \frac{c_u \cdot s \cdot R}{W \cdot a} = \frac{c_u \cdot \omega \cdot R^2}{W \cdot a}$$

Questa relazione si ottiene anche definendo il fattore di sicurezza come rapporto tra momenti resistenti ed agenti:

$$F = \frac{M_R}{M_A} = \frac{c_u \cdot s \cdot R}{W \cdot a} = \frac{c_u \cdot \omega \cdot R^2}{W \cdot a}$$

Come premesso, è necessario analizzare più cerchi al fine di determinare quello critico ($F = F_{min}$).