L'eventuale presenza di forze aggiuntive (carichi sismici, carichi statici applicati sul pendio, spinta dell'acqua nelle fessure di trazione) deve essere messa in conto.

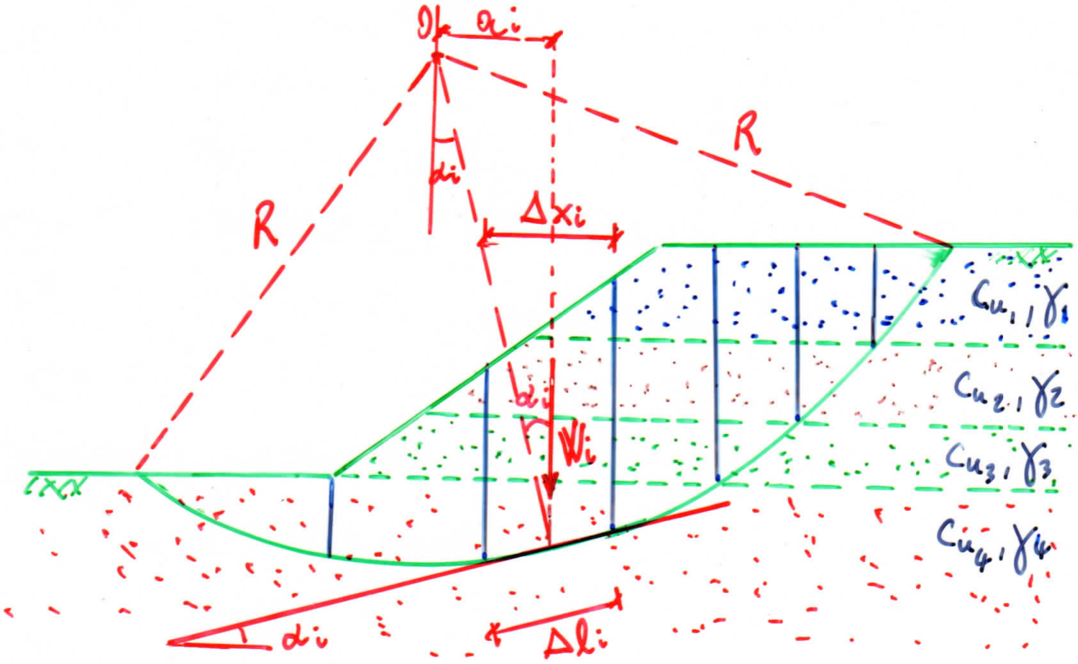
Ad esempio, nel caso di sviluppo di una fessura di trazione, la lunghezza dell'arco su cui è operativa la resistenza si riduce, passando da s ad s'; un effetto più gravoso ai fini della stabilità è connesso al possibile riempimento d'acqua della fessura medesima. In questo caso una forza idrostatica P_w agirà normalmente alla fessura, vedi

$$W \cdot a + P_w \cdot z = \tau_m \cdot s' \cdot R$$

$$\therefore \quad F = \frac{c_u \, s' \, R}{W \cdot a + P_w \cdot z}$$

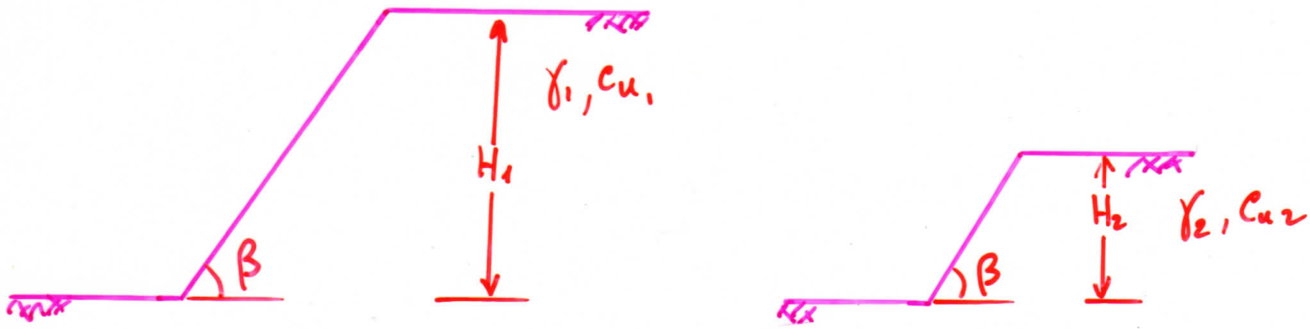
Analisi $\phi_u = 0$ per pendio non omogeneo

Se il pendio non è omogeneo, si può usare la tecnica della suddivisione in conci.



$$F = \frac{R \sum c_{ui} \cdot \Delta l_i}{\sum W_i \cdot a_i} = \frac{\sum c_{ui} \cdot \Delta l_i}{\sum W_i \sin\alpha_i} = \frac{\sum c_{ui} \, \Delta x_i \sec\alpha_i}{\sum W_i \cdot \sin\alpha_i}$$

Base degli abachi di stabilità



elevata $c_u = c_{u1}$ bassa $c_u = c_{u2}$

$$\frac{c_{u1}}{\gamma_1 H_1} = \frac{c_{u2}}{\gamma_2 H_2} \Rightarrow F_1 = F_2$$

Pendii di data geometria (β), ma con differenti c_u, γ, H hanno lo stesso fattore di sicurezza F se i relativi rapporti $c_u/\gamma H$ hanno lo stesso valore

N = numero di stabilità (adimensionale) ; $1/N$ = coefficiente di stabilità

$$N = \frac{c_u}{F \cdot \gamma \cdot H} = \frac{c_{um}}{\gamma \cdot H}$$

F = fattore di sicurezza minimo, cioè lungo la sup. di scorrimento critica
H = altezza del pendio
γ = peso dell'unità di volume del terreno
c_u = resistenza al taglio non drenata del terreno

L'approccio del coefficiente di stabilità viene applicato anche al caso generale di terreno c', ϕ' con varie condizioni piezometriche.

GLI ABACHI DI STABILITÀ CONSENTONO - LADDOVE APPLICABILI - DI RICAVARE IMMEDIATAMENTE F_{MINIMO}.

ABACHI SONO PURE DISPONIBILI PER LOCALIZZARE LA POSIZIONE DELLA SUPERFICIE CRITICA DI SCORRIMENTO, CIOÈ LA SUA GEOMETRIA

Analisi della stabilità attraverso abachi

In generale, un problema reale di pendio va analizzato – a valle di un attento studio delle condizioni geologiche, litostrutturali, idrogeologiche e geotecniche – attraverso una soluzione computerizzata.

Di contro, le soluzioni per abaco, a rigore applicabili solo a situazioni reali riconducibili a schemi semplici o semplificati, hanno il vantaggio della immediatezza e della praticità. Esse non vanno, perciò, considerate sostitutive delle più complesse analisi numeriche al calcolatore, ma rapidi mezzi manuali di analisi preliminare (in taluni casi anche definitiva), purché siano presenti le condizioni della loro applicabilità. In questo caso le loro possibilità applicative consentono di:

i) analizzare preliminarmente la stabilità di un pendio;

ii) studiare la sensibilità del fattore di sicurezza a varie combinazioni di caratteri geometrici, parametri di resistenza al taglio e regime delle pressioni neutre e quindi poter scegliere immediatamente tra varie soluzioni alternative di progetto;

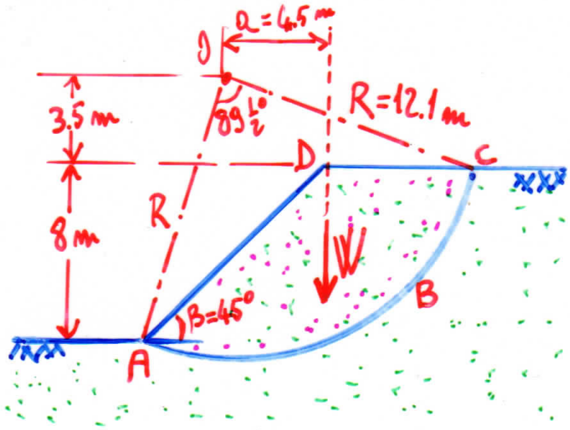
iii) controllare la "ragionevolezza" di una soluzione al computer; e

iiii) analizzare a ritroso una rottura di pendio –

ESEMPIO n. 2

Una scarpata a 45° viene scavata sino alla profondità di m 8 in un profondo banco di argilla satura, per la quale: $\gamma = 19\ kN/m^3$, $c_u = 65\ kN/m^2$ $(\phi_u = 0)$.
Determinare F per la superficie potenziale di rottura indicata nello schizzo.

$\beta = 45°$, $c_u = 65\ kN/m^2$
$a = 4.5\ m$
$\omega = 89\frac{1}{2}° = 1.56\ rad$
$R = 12.1\ m$

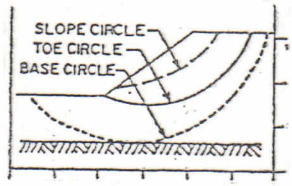


Area della sezione trasversale ABCD = 70 m^2
Peso W, per unità di spessore, della massa di argilla ABCD = 70 × 19 = 1330 kN/m
Lunghezza s dell'arco ABC = $R \cdot \omega$ = 18.9 m

$$F = \frac{c_u \cdot s \cdot R}{W \cdot a} = \frac{65 \times 18.9 \times 12.1}{1330 \times 4.5} = 2.48$$

È necessario ripetere la procedura con altre superfici potenziali di scorrimento sino a trovare $F = F_{min}$.

ABACO DI FELLENIUS-TAYLOR (con le estensioni di JANBU)



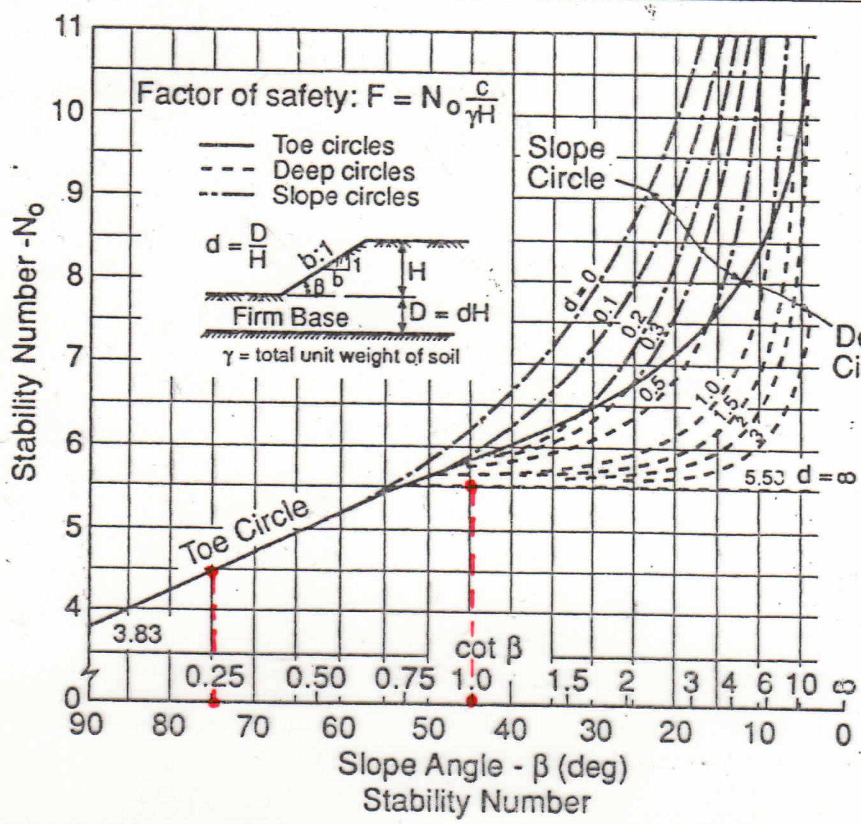
Stability charts for $\phi_u = 0$ analysis in homogeneous clay

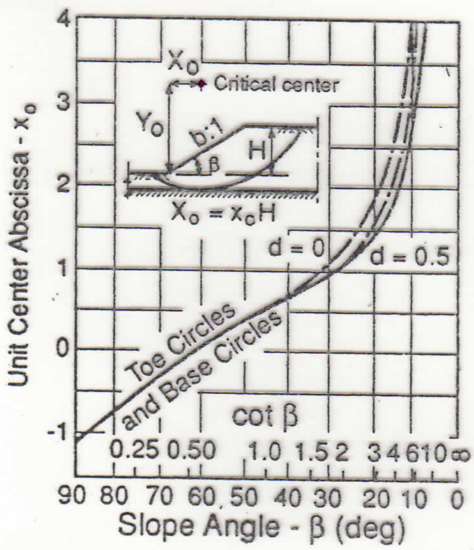
The coordinates of the center of the critical circle are given by

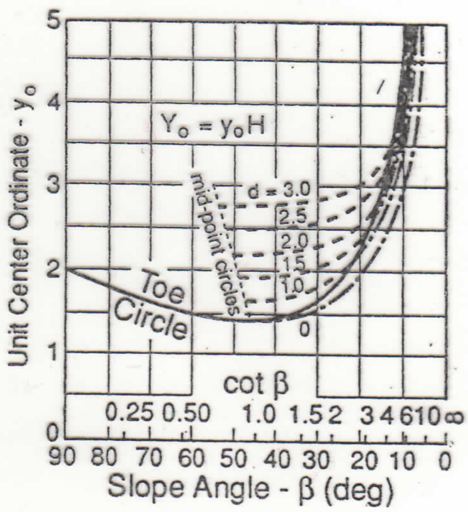
$$X_0 = x_0 H \tag{13.8}$$

$$Y_0 = y_0 H \tag{13.9}$$

X_0, Y_0 = coordinates of critical circle center measured from toe of slope,
x_0, y_0 = dimensionless numbers determined from charts at bottom of Figure 13-3, and
H = height of slope.







ESEMPIO n. 2 bis

Si è già visto che il fattore di sicurezza relativo alla superficie potenziale di scorrimento ABC è pari a 2.48.
Come già messo in evidenza, è necessario ripetere la procedura con altre superfici potenziali di scorrimento alla ricerca di quella critica (cioè di F_{MINIMO}).
Si risolva ora il medesimo problema utilizzando l'abaco di Fellenius - Taylor (Fig 1).
E' implicito trattarsi di terreno omogeneo (ed isotropo) (condizione richiesta per l'applicabilità dell'abaco); inoltre, trattandosi di "...un profondo banco..." si può assumere $d = \infty$ (vide Fig 1 per il significato di d).

Essendo $\beta = 45°$, $d = \infty$, la Fig. 1 fornisce

$$N_o = 5.53 = \frac{F \gamma H}{c_u} \Rightarrow F \equiv F_{MINIMO} = \frac{N_o \cdot c_u}{\gamma H}$$

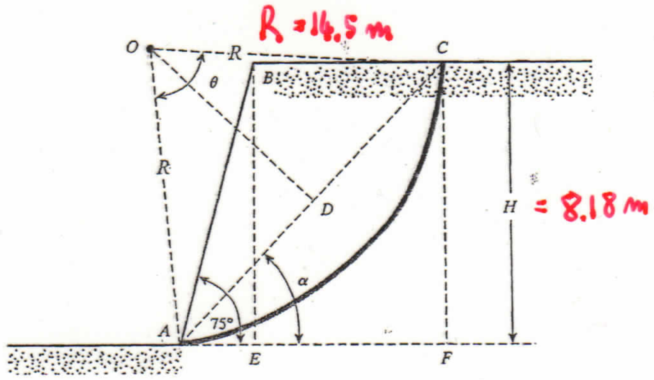
ovvero, poiché $\gamma = 19\ kN/m^3$, $H = 8\,m$ e $c_u = 65\ kN/m^2$,

$$F = F_{min} = 2.37$$

ed il cerchio critico è un cerchio di base (deep circle) (da Nova, 2009) $(\tau_f = c_u,\ \phi_u = 0)$

$(S_u \equiv C_u)$

Esercizio 3: Determinare il valore del coefficiente di sicurezza del versante in terreno puramente coesivo rappresentato in figura. Quest'ultimo è caratterizzato da un valore di coesione non drenata pari a $s_u = 31$ kPa, $\gamma_{sat} = 17.3 \text{kN/m}^3$. Il versante è alto 8.18 m ed è inclinato rispetto all'orizzontale di un angolo $\beta = 75°$, mentre la linea di rottura presa in considerazione ha un raggio di 14.05 m e un angolo $\theta = 51.8°$. Trascurare la possibile formazione di tension cracks in superficie.



Soluzione:
Il valore del coefficiente di sicurezza si determina facilmente scrivendo l'equazione di equilibrio attorno al centro di istantanea rotazione (3.37) ed imponendo che a rottura gli sforzi di taglio siano uguali alla resistenza a taglio, ottenendo che

$$F_S = \frac{s_u R l}{W d},$$

dove R, raggio del cerchio che fornisce la linea di rottura, è pari a 14.05 m, a, braccio del peso rispetto al punto O, è pari a 5.6m . La lunghezza della linea di rottura l si ottiene come

$$\widehat{AC} = l = 2\pi R \frac{\theta}{360°} = 12.7m,$$

mentre il peso del cuneo ABC come la somma dell'area del triangolo ACB e dell'area del segmento circolare AC.

L'area del segmento circolare AC è pari a

$$A_{AC} = \frac{\pi R^2}{360°}\theta - \frac{R^2}{2}\sin\theta = 11.67m^2.$$

Considerando il triangolo ABE si può calcolare la lunghezza del segmento AB

$$AB = \frac{H}{\sin\beta} = 8.468m,$$

mentre dal triangolo ADO si ottiene che $AC = 2AD = 2R\sin\frac{\theta}{2} = 12.26m$.

Applicando il teorema dei seni al triangolo ACB si possono scrivere le seguenti relazioni:

$$\frac{AB}{\sin\alpha} = \frac{AC}{\sin(180-\beta)} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{AB}{AC}\sin(180-\beta) \Rightarrow \alpha = 41.8°.$$

$$\frac{AC}{\sin(180-\beta)} = \frac{BC}{\sin(\beta-\alpha)} \Rightarrow BC = \frac{AC}{\sin(180-\beta)}\sin(\beta-\alpha) \Rightarrow BC = 6.95m.$$

Noti i tre lati del triangolo ACB per calcolare l'area si applica la formula di Erone:

$$A_{ACB} = \sqrt{p(p-AC)(p-BC)(p-AB)} = 28.435m^2$$

con $p = \dfrac{AC+BC+AB}{2} = 13.839m$.

Perciò il peso W è pari a

$$W = \gamma_{sat}(A_{ACB} + A_{AC}) = 693.8 kN/m$$

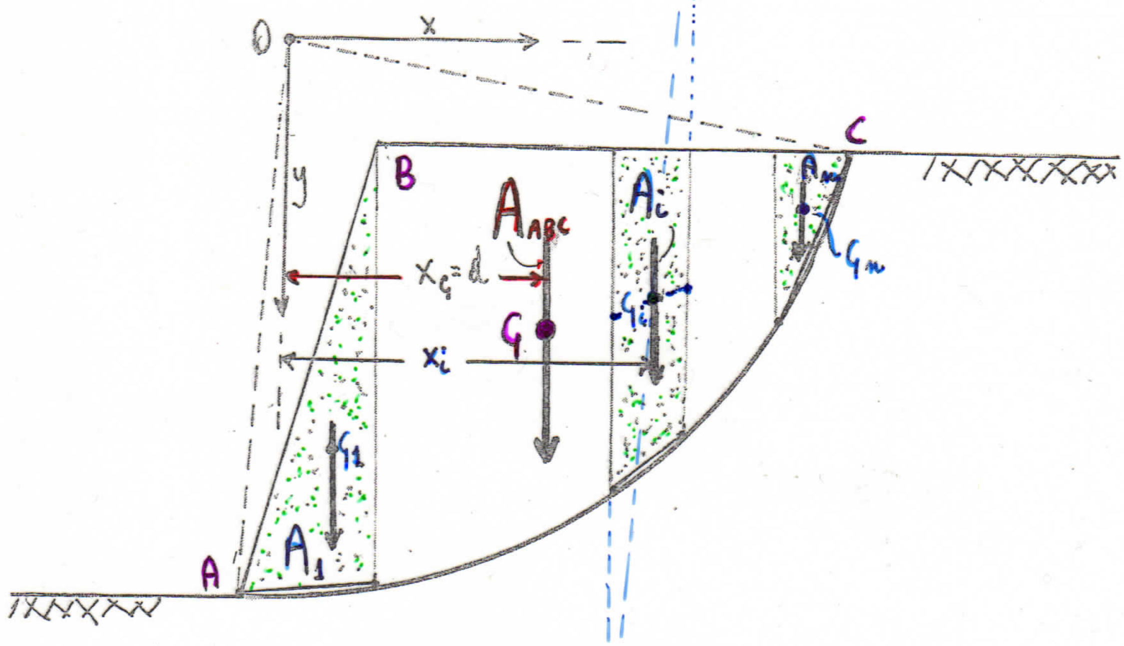
ed il fattore di sicurezza

$$F_S = \frac{s_u R l}{W a} = \frac{31kPa \cdot 14.05m \cdot 12.7m}{693.8kN/m \cdot 5.6m} = 1.4.$$

$\beta = 75°$

INDIVIDUAZIONE DEL BARICENTRO DEL CUNEO ABC

Essendo la forza peso applicata nel baricentro G del cuneo ABC, per determinarne il braccio rispetto al punto O è necessario che sia nota la posizione del baricentro medesimo.



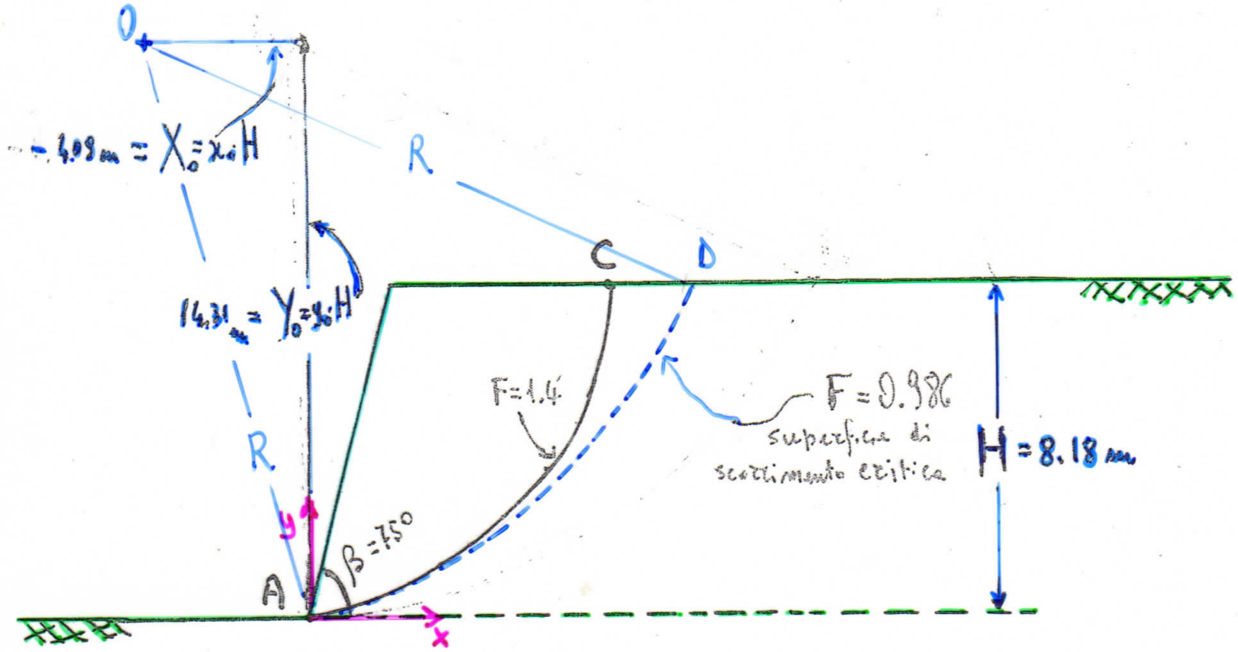
Ricordando l'argomento "momenti statici" ed osservando che in questo caso particolare è sufficiente sia nota una sola coordinata del baricentro (ovvero: la sua ascissa x_G, che coincide col braccio d rispetto ad O), si ha:

$$A_{ABC} \cdot x_G = \sum_{i=1}^{n} A_i \cdot x_i$$

$$\therefore \quad x_G = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_i \cdot x_i}{A_{ABC}}$$

A_{ABC} essendo l'area del cuneo ABC ed A_i l'area parziale i-esima, ovvero: $A_{ABC} = \sum_{i=1}^{n} A_i$

Si è già visto che il fattore di sicurezza F relativo alla superficie di scorrimento potenziale $\widehat{AC}$ è pari a 1.4.
È ora necessario ripetere la procedura con altre superfici alla ricerca di quella critica, ovvero di quella per cui $F = F_{MINIMO}$.
Poiché si tratta di pendio regolare in terreno omogeneo (ed isotropo), si può utilizzare l'abaco di Fellenius-Taylor.



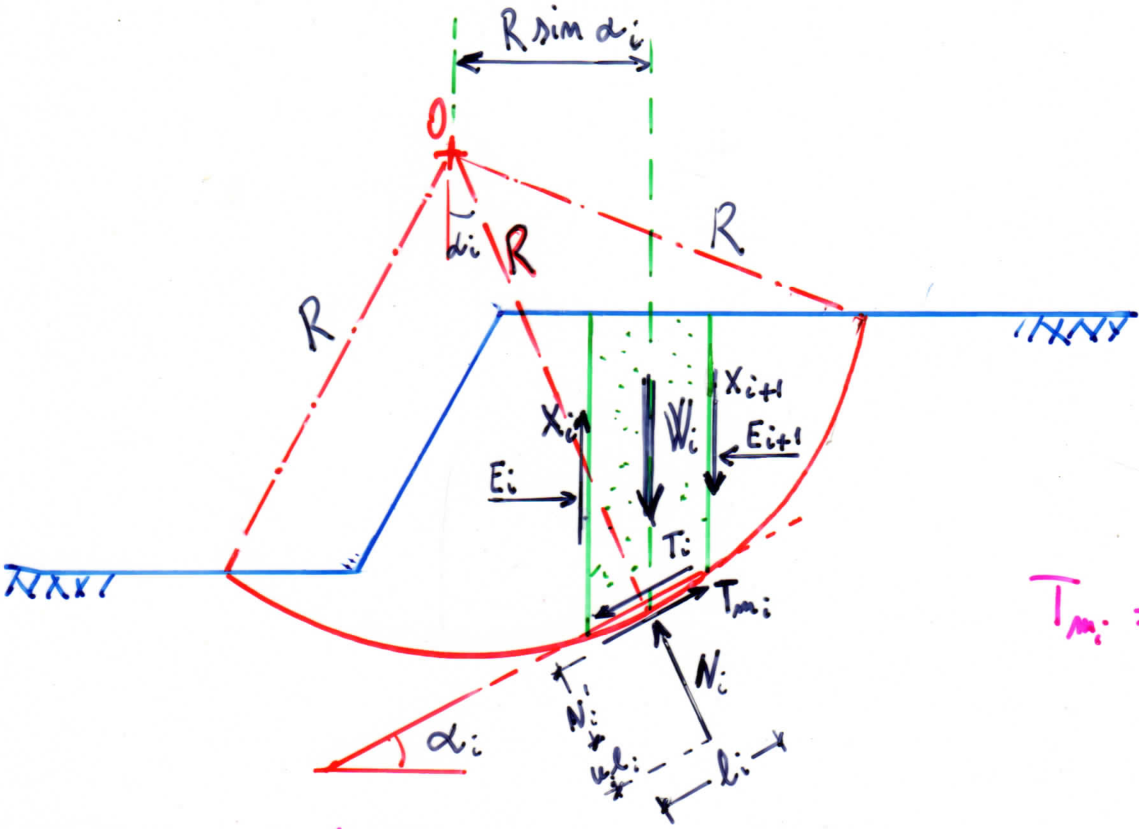
Essendo $\beta = 75°$, l'abaco fornisce $N_o = 4.5$ e ci dice trattarsi di cerchio di piede (toe circle). Ricordando che: $H = 8.18\,m$, $c_u = 31\,kPa$, $\gamma = 17.3\,kN/m^3$,

$$F = F_{MIN} = N_o \frac{c_u}{\gamma H} = 4.5 \frac{31}{17.3 \times 8.18} = 0.986 \simeq 1$$

L'abaco consente pure di localizzare il cerchio critico $\widehat{AD}$. A tal fine, si leggono sull'abaco le coordinate unitarie x_o e y_o in funzione dell'angolo di pendio β.
Essendo $\beta = 75° \Longrightarrow x_o = -\cancel{0.05}\ {-0.5}$, $y_o = 1.75$
Le coordinate del centro di rotazione sono:

$$X_o = x_o H = -\cancel{0.05}\ {-0.5} \times 8.18 = -\cancel{0}.409\ m$$

$$Y_o = y_o H = 1.75 \times 8.18 = 14.31\ m$$



$$T_{m_i} = T_i$$

- Somma dei momenti delle resistenze mobilitate T_{m_i} :

$$T_{m_1} \cdot R + T_{m_2} \cdot R + \cdots + T_{m_n} \cdot R = \sum_{i=1}^{n} T_{m_i} \cdot R = \sum_{i=1}^{n} M_{r_i}$$

- Somma dei momenti del peso della massa di terreno :

$$W_1 R \sin\alpha_1 + W_2 R \sin\alpha_2 + \cdots + W_n R \sin\alpha_n = \sum_{i=1}^{n} W_i \cdot R \cdot \sin\alpha_i = \sum_{i=1}^{n} M_{a_i}$$

(Notare che le forze agenti all'interfaccia dei conci sono forze interne ed il loro momento netto è zero).

$$\sum M_r = \sum M_a \quad \text{ovvero,} \quad \sum T_{m_i} \cancel{R} = \sum W_i \cancel{R} \sin\alpha_i$$

ma $T_{m_i} = \tau_{m_i} l_i = \dfrac{\tau_{f_i}}{F} \cdot l_i$

$$\therefore \quad \sum \frac{\tau_{f_i}}{F} l_i = \sum W_i \sin\alpha_i \Longrightarrow F = \frac{\sum \tau_{f_i} \cdot l_i}{\sum W_i \sin\alpha_i}$$

- Analisi in condizioni non drenate ed in termini di sforzi totali ($\tau_f = c_u, \phi_u = 0$).
Si riottiene l'equazione

$$F = \frac{\sum c_{ui} \cdot l_i}{\sum W_i \cdot \sin\alpha_i}$$

- Analisi in sforzi efficaci ($\tau_f = c' + (\sigma - u)\tan\phi'$):

$$F = \frac{\sum\left[c'_i + (\sigma_i - u_i)\tan\phi'_i\right] l_i}{\sum W_i \cdot \sin\alpha_i} = \frac{\sum\left[c'_i \cdot l_i + (N_i - u_i \cdot l_i)\tan\phi'_i\right]}{\sum W_i \cdot \sin\alpha_i}$$

LA DETERMINAZIONE DI N_i RICHIEDE ALCUNE ASSUNZIONI.

SOLUZIONE DI FELLENIUS

Semplice, ma non molto accurata per superfici di scorrimento a sezione circolare, essa costituisce il METODO CONVENZIONALE (Krey, 1926), riproposto da Skempton & Hutchinson (1968) e noto anche come: Metodo di Fellenius, metodo ordinario, metodo svedese, metodo comune dei conci, metodo dell'USBR.

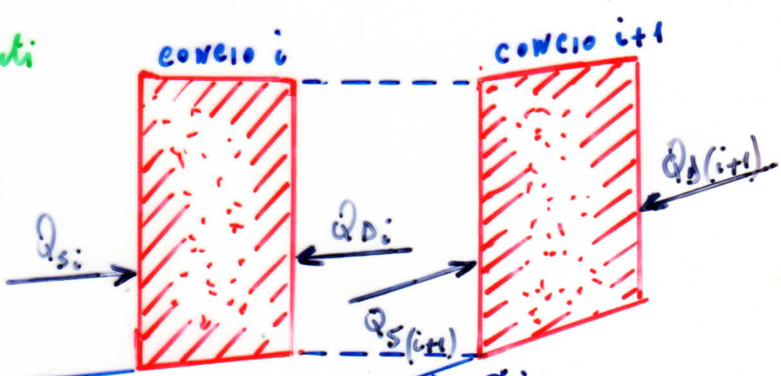
Viene fatta l'assunzione

$$E_i - E_{i+1} = X_i - X_{i+1} = 0 \quad (*)$$

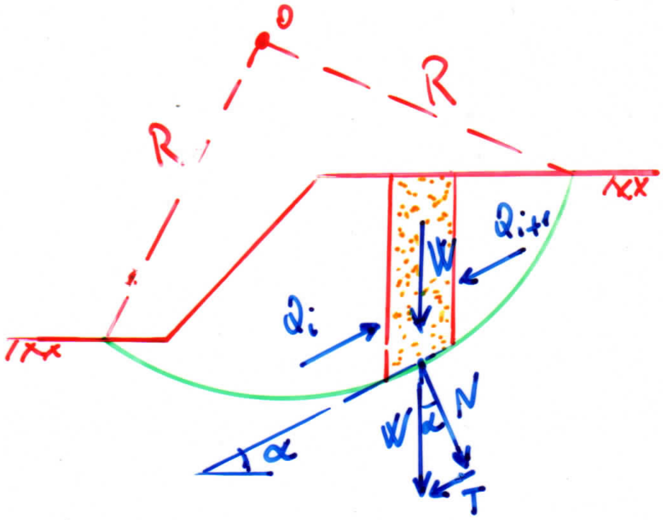
(*) (vide pag. 42bis)

Più precisamente, che le forze risultanti sulle facce verticali del concio siano eguali, opposte e parallele alla base del concio stesso.
Ciò implica, in contrasto col principio di continuità delle forze nella statica, che:

$$Q_{Di} \neq Q_{S(i+1)}$$



Pertanto, dal triangolo delle forze, per ogni concio:

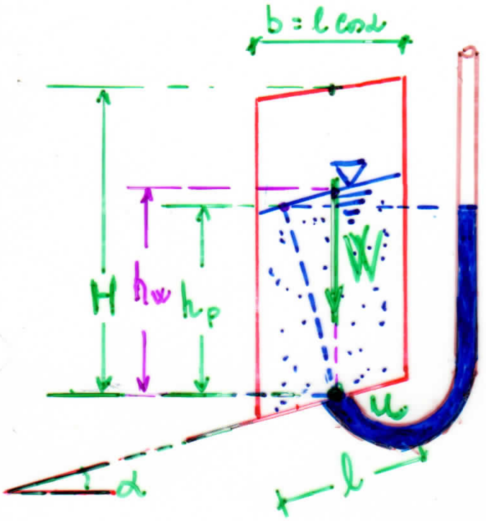


$$N = W\cos\alpha \ , \ T = W\sin\alpha$$

$$\therefore \quad N - ul = N' = W\cos\alpha - ul$$

$$\therefore \quad F = \frac{1}{\sum W\sin\alpha} \cdot \sum\left[c'l + (W\cos\alpha - ul)\tan\phi'\right]$$

Le condizioni idrauliche lungo la superficie di potenziale scorrimento possono essere espresse in termini di r_u anziché di u. Essendo:



$$u = h_p \cdot \gamma_w \ , \quad r_u = \frac{u}{\gamma H}$$

$$W = \gamma H b = \gamma H l \cos\alpha \Rightarrow \gamma H = \frac{W}{l\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow r_u = \frac{u}{W / l\cos\alpha} \quad \Rightarrow r_u W = u\, l \cos\alpha$$

$$\Rightarrow u l = r_u W \sec\alpha$$

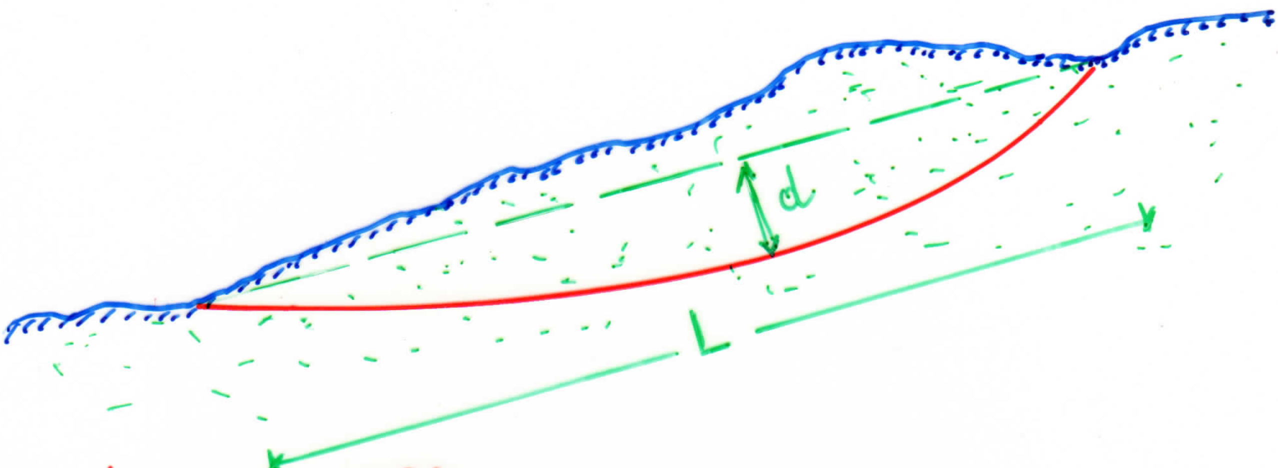
$$\therefore \quad F = \frac{1}{\sum W\sin\alpha} \cdot \sum W(\cos\alpha - r_u \sec\alpha)\tan\phi'$$

Il vantaggio di questa sostituzione ($r_u \to u$) risiede nella variazione assai piccola degli r_u relativi ai singoli conci rispetto ai corrispondenti valori delle pressioni neutre u. Ciò si traduce nella possibilità di usare un singolo valore medio (costante) di r_u.

Una serie di superfici potenziali di rottura deve essere analizzata sino a pervenire a $F = F_{MINIMO}$.

LA SOLUZIONE SOTTOVALUTA IL FATTORE DI SICUREZZA ED È, PERCIÒ, CONSERVATIVA. L'"ERRORE" È PRONUNCIATO PER SUPERFICI DI SCORRIMENTO PROFONDE E CON ALTI VALORI DI PRESSIONE NEUTRA.

IL METODO ~~PUÒ APPLICARSI~~ TROVA MIGLIORE APPLICABILITÀ PER SUPERFICI DI SCORRIMENTO NON CIRCOLARI E POCO PROFONDE. DI SOLITO LA SUA APPLICAZIONE DÀ OTTIMI RISULTATI SE $d/L < 0.15 \div 0.20$ (Skempton & Hutchinson, 1969).



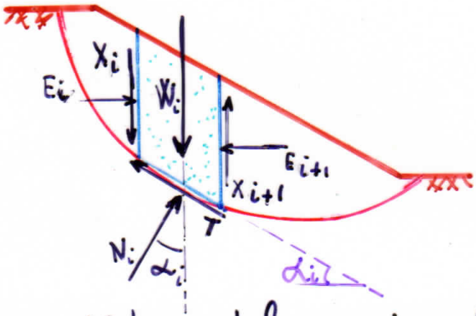
Se $c' = 0$, l'espressione del fattore di sicurezza diventa:

$$F = \frac{\sum W(\cos\alpha - r_u \sec\alpha)\tan\phi'}{\sum W \sin\alpha}$$

In back-analysis ($F=1$) in questo caso si ottiene: $\tan\phi' = \dfrac{\sum W \sin\alpha}{\sum W(\cos\alpha - r_u \sec\alpha)}$

ATTENZIONE:
In back-analysis il metodo convenzionale non è conservativo.

METODO CONVENZIONALE APPLICATO A SUPERFICI NON CIRCOLARI



$$F = \frac{\sum \left[c'_i l_i + (N_i - u_i l_i) \tan \phi'_i\right]}{\sum W_i \sin \alpha_i}$$

Dall'equilibrio del concio alla traslazione nella direzione ⊥ a quella della sua base:

$$N_i = W_i \cos \alpha_i + \left[(X_i - X_{i+1}) \cos \alpha_i - (E_i - E_{i+1}) \sin \alpha_i\right]$$

$$\therefore \quad F = \frac{\sum \left[c'_i l_i + (W_i \cos \alpha_i - u_i l_i) \tan \phi'_i\right] + \underbrace{\sum \left[(X_i - X_{i+1}) \cos \alpha_i - (E_i - E_{i+1}) \sin \alpha_i\right] \tan \phi'_i}_{=0}}{\sum W_i \sin \alpha_i}$$

ASSUNZIONE NEL METODO CONVENZIONALE: $\Longrightarrow \; = 0$

Le forze E ed X sono forze interne. Perciò:

a) Se non vi sono forze esterne sulla scarpata, $\sum (X_i - X_{i+1}) = 0$ e $\sum (E_i - E_{i+1}) = 0$

b) Se $\alpha = \text{cost}$ (cioè se la superficie di scorrimento è planare), $\sum (E_i - E_{i+1}) \sin \alpha = 0$, etc....

c) Se anche $\phi' = \text{cost}$ (cioè terreno omogeneo ed isotropo), $\sum (E_i - E_{i+1}) \sin \alpha \tan \phi' = 0$, etc....

SICCHE': In modo esatto per la condizione a)+b)+c) ed in modo approssimato per superfici poco profonde e non circolari con $\phi' = \text{cost}$ ed in assenza di carichi esterni,

$$N_i = W_i \cos \alpha_i$$

L'accuratezza del metodo diminuisce al crescere del valore del rapporto d/L (vedi tabella).

...r Method

This can very conveniently be used for non-circular surfaces, and since the d/L ratio for such landslides is often low the accuracy can be quite good.

Forces are resolved normal to the slip surface (so similar problems occur with high values of r_u and α as with the same method applied to circular arcs); moment equilibrium is not considered.

The basic equation is :
$$F_f = \frac{\sum_i \{c'l + (W\cos\alpha - U)\tan\phi'\}}{\sum W \sin\alpha}$$

where l = inclined length of base of slice
W = total weight of slice
U = pore-water force = ul

-43-

Tabulation :

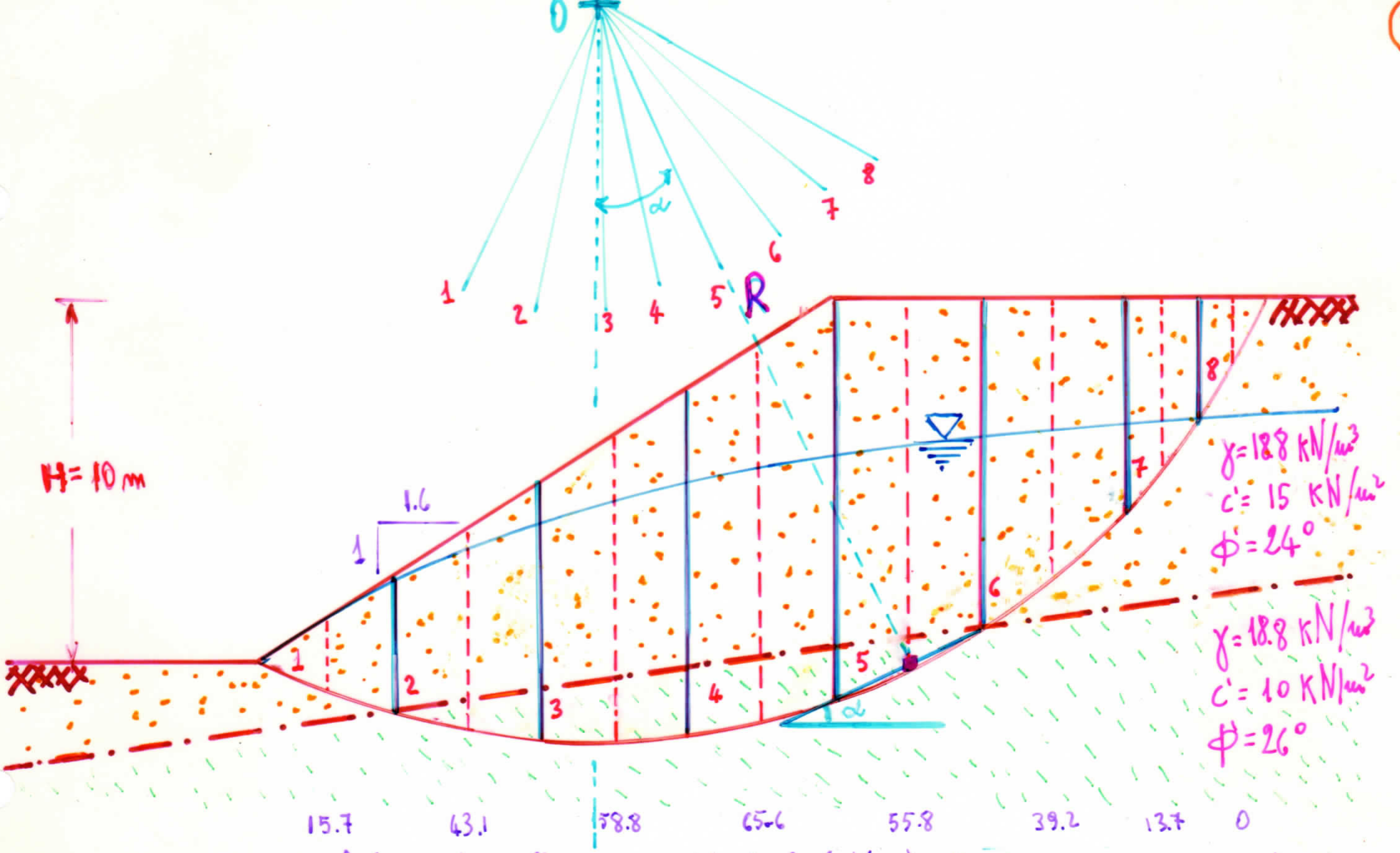
Slice No.	α	W	$W\sin\alpha$	$c'l$	$W\cos\alpha - U$	$c'l + (W\cos\alpha - U)\tan\phi'$
1						
2						
etc.						
			Σ = (B)			Σ = (A)

hence F = (A)/(B)

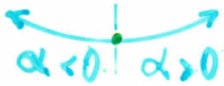
Landslide	Shape of cross-section	Factor of safety F_1	F_2	F_3
	(a) Circular	Conventional ($N = W\cos\alpha$)		Bishop (simplified)
Northolt	$\psi = 54°$, d/L = 0.14	0.94		1.0
Lodalen	$\psi = 85°$, d/L = 0.20	0.79		1.0
Drammen	$\psi = 82°$, d/L = 0.19	0.79		1.0
	(b) Non-circular	Conventional ($P = W\cos\alpha$)	Janbu simplified	Morgenstern & Price
Walton's Wood	d/L = 0.06	0.98	1.03	1.0
Guildford	d/L = 0.09	0.97	[illegible]	1.0
Sudbury Hill	L, d, d/L = 0.11	0.96	0.95	1.0
Folkestone Warren	d/L = 0.17	0.92	0.97	1.0

ψ = central angle of arc   shear parameters chosen to give F_3 = 1.0

(Skempton & Hutchinson 1969)



Valori medi della pressione interstiziale (kN/m²) alla base di ciascun concio



$$F = \frac{\Sigma c'l + \Sigma W(\cos\alpha - r_u \sec\alpha)\tan\phi'}{\Sigma W \sin\alpha}$$ (metodo convenzionale)

CONCIO	(1) α (°)	(2) cos α	(3) b (m)	(4) H (m)	(5) γ (kN/m³)	(6) W (kN)	(7) sin α	(8) W sin α (kN)	(9) u (kN/m²)	(10) r_u	(11) sec α	(12) $r_u \cdot$ sec α	(13) c' (kN/m²)	(14) tan φ'	(15) l (= b/cos α) (m)	(16) c'l	(17) (2) − (12)	(18) (6) × (14) × (17)
1	-22.2	0.93	4	2	18.8	150	-0.38	-57.1	15.7	0.41	1.08	0.44	15	0.44	4.30	64.5	0.49	32
2	-9.7	0.98	4	5.8	"	436	-0.17	-74.1	43.1	0.39	1.01	0.39	10	0.49	4.08	40.8	0.50	126
3	2.8	0.99	4	8.6	"	646	0.05	32	58.8	0.36	1.001	0.36	10	0.49	4.04	40.4	0.63	199
4	12.8	0.97	4	10.5	"	790	0.22	175	65.6	0.33	1.03	0.34	10	0.49	4.12	41.2	0.63	244
5	25.9	0.90	4	10.2	"	767	0.44	335	55.8	0.29	1.11	0.32	10	0.49	4.44	44.4	0.58	218
6	38.8	0.78	4	7.8	"	587	0.63	368	39.2	0.27	1.28	0.34	15	0.44	5.13	76.9	0.44	114
7	51.3	0.63	2	4.8	"	180	0.78	140	13.7	0.15	1.60	0.24	15	0.44	3.17	47.6	0.39	31
8	61.9	0.47	2	1.8	"	68	0.88	60	0	0	2.12	0	15	0.44	4.26	63.8	0.47	14
								Σ = 979								Σ = 419.6		Σ = 978

$$F = \frac{419.6 + 978}{979} = 1.43$$

N.B. – Il valore di F ottenuto è relativo alla superficie potenziale di scorrimento esaminata. Occorre esaminarne altri cerchi per trovare la superficie critica ($F = F_{minimo}$)

SOLUZIONE DI BISHOP

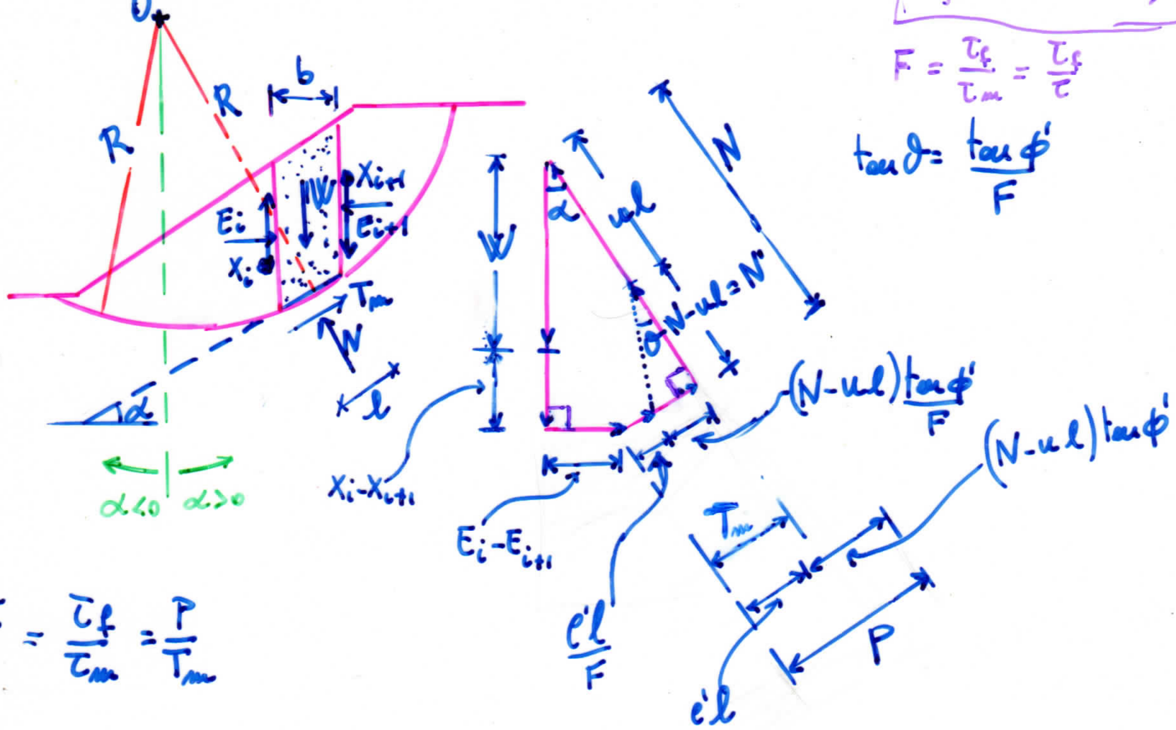
Come si è già visto,

$$F = \frac{\sum \left[c'_i l_i + (N_i - u_i l_i) \tan \phi'_i \right]}{\sum W_i \sin \alpha_i}$$

$$\boxed{\tau_f = c' + (\sigma - u) \tan \phi'}$$

$$F = \frac{\tau_f}{\tau_m} = \frac{\tau_f}{\tau}$$

$$\tan \vartheta = \frac{\tan \phi'}{F}$$



$$F = \frac{\tau_f}{\tau_m} = \frac{P}{T_m}$$

Considerando il poligono delle forze del concio ie-mo e risolvendo le forze nella direzione verticale, si ha:

$$W + (X_i - X_{i+1}) = (N - ul)\cos\alpha + (N - ul)\frac{\tan\phi'}{F}\sin\alpha + ul\cos\alpha + \frac{c'l}{F}\sin\alpha$$

$\therefore$

$$N - ul = N' = \frac{W + (X_i - X_{i+1}) - l\left[u\cos\alpha + (c'/F)\sin\alpha\right]}{\cos\alpha + \left(\frac{\tan\phi'}{F}\right)\sin\alpha}$$

Notando poi che $b = l\cos\alpha$ ed $r_u = ub/W$ e sostituendo si ottiene:

$$F = \frac{1}{\sum W \sin\alpha} \cdot \sum \left[c'b + \left(W - ub + X_i - X_{i+1} \right) \tan\phi' \right] \frac{\sec\alpha}{1 + \frac{\tan\phi' \tan\alpha}{F}}$$

Questa è l'equazione del METODO RIGOROSO DI BISHOP

Lo stesso Bishop ha mostrato che il valore di F non è significativamente influenzato dai termini X ed ha raccomandato che, in pratica, per tutti i casi può assumersi:

$$X_i - X_{i+1} = 0$$

quindi:

$$F = \frac{1}{\sum W \sin\alpha} \cdot \sum \left[c'b + \left(W - ub \right) \tan\phi' \right] \frac{\sec\alpha}{1 + \frac{\tan\phi' \tan\alpha}{F}}$$

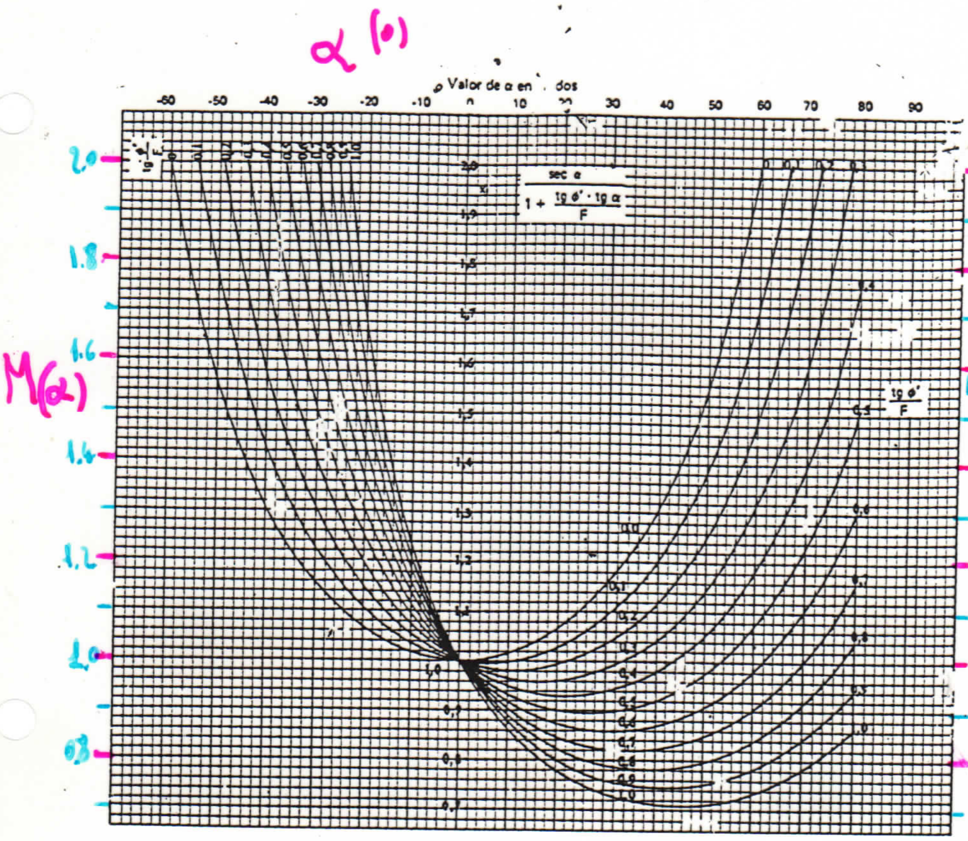
oppure

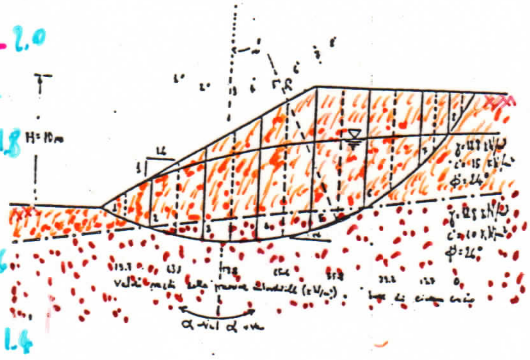
$$F = \frac{1}{\sum W \sin\alpha} \sum \left[c'b + W \left(1 - r_u \right) \tan\phi' \right] \frac{\sec\alpha}{1 + \frac{\tan\phi' \tan\alpha}{F}}$$

Questa è l'equazione del METODO SEMPLIFICATO O DI ROUTINE DI BISHOP

Poiché F compare anche nel secondo membro dell'equazione, la soluzione dell'equazione stessa richiede un processo per approssimazioni successive. Viene perciò assunto un valore iniziale di F $(= F_0)$ e si calcola un nuovo valore di F $(= F_1)$. Si ripetono i calcoli con questo nuovo valore, fermando l'iterazione allorché si raggiunge una differenza trascurabile tra valori successivi $(F_i \simeq F_{i+1})$. Di solito la convergenza è rapida e si raggiunge con 2-3 iterazioni.

Analisi della stabilità col metodo di BISHOP





$$F = \frac{1}{\sum W \sin\alpha} \sum \left\{ c' b + \tan\phi' \left[W (1 - r_u) \right] \right\} \cdot M(\alpha) \quad ; \quad M(\alpha) = \frac{\sec\alpha}{1 + \frac{\tan\alpha \cdot \tan\phi'}{F}}$$

CONCIO	(1) α (°)	(2) W (kN)	(3) W sin α (kN)	(4) c' (kPa)	(5) b (m)	(6) c'b (kN)	(7) tan φ'	(8) r_u	(9) $1-r_u$	(10) (2)×(7)×(9)	(11) (6)+(10)	(12) $F_1 = 1.2$ tan φ'/F_1	(13) M(α)	(14) (11)×(13)	(15) $F_3 = 1.6$ tan φ'/F_3	(16) M(α)	(17) (11)×(16)
1	-22.2	150	-57.1	15	4	60	0.44	0.41	0.59	38.9	98.9	0.37	1.27	125.6	0.28	1.22	120.6
2	-9.7	436	-74.1	10	4	40	0.49	0.39	0.61	130	170.3	0.41	1.09	185.6	0.30	1.07	182.2
3	2.8	646	32	10	4	40	0.49	0.36	0.64	2026	242.6	0.41	0.98	237.7	0.30	0.99	240.2
4	12.8	790	175	10	4	40	0.49	0.33	0.67	259.3	299.3	0.41	0.94	281.3	0.30	0.96	287.3
5	25.9	767	335	10	4	40	0.49	0.29	0.71	266.8	306.8	0.41	0.93	285.3	0.30	0.97	297.6
6	38.8	587	368	15	4	60	0.44	0.27	0.73	188.5	248.5	0.37	0.99	246	0.28	1.03	256
7	51.3	180	140	15	2	30	0.44	0.15	0.85	67.3	97.3	0.37	1.09	106	0.28	1.16	112.9
8	61.9	68	60	15	2	30	0.44	0	1	29.9	59.9	0.37	1.25	74.9	0.28	1.35	80.9
			Σ = 979											Σ = 1524.4			Σ = 1577

$$F_1 = 1.2 \implies F_2 = \frac{1584.4}{979} = 1.58 \quad ; \quad F_3 = 1.6 \implies F_4 = \frac{1577}{979} = 1.61 \simeq F_3 \quad \text{STOP}$$

N.B. - Il valore di F ottenuto è relativo alla superficie potenziale di scorrimento esaminata. Occorre considerare altri cerchi (teoricamente: ∞^3) per trovare la superficie critica (F = F minimo).